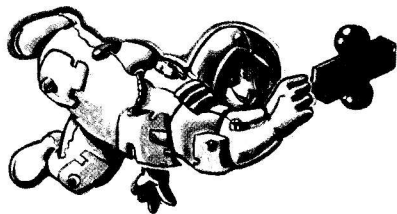


Mathématiques sans frontières



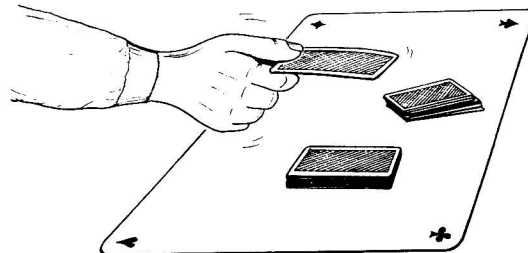
**Epreuve du
16 mars 1995**

- Les exercices n° 2, 5, 6, 8, 9 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées.
- Toute solution, même partielle sera examinée.
- Le soin sera pris en compte.
- Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice.

**exercice
n° 1
10 points**

Des cartes

**Solution à rédiger en allemand,
anglais, italien ou espagnol.**



Ein Spiel mit 32 Karten enthält für jede der 4 Farben, 8 Karten von verschiedenem Wert.

Arsène, der Zauberer, bittet seine Freunde, auf gut Glück, eine Karte nach der anderen aus diesem Spiel zu ziehen und sie verdeckt auf den Tisch zu legen.

An einem von ihm bestimmten Moment hört die Ziehung auf. Und nun behauptet Arsène, daß unter den gezogenen Karten mindestens 3 sind, die den gleichen Wert haben (zum Beispiel 3 Damen oder 3 Siebener).

Arsène kennt die kleinste Zahl von Karten, die gezogen werden müssen, damit er sicher ist, sich nicht zu irren.

Welches ist diese Zahl? Erkläre Deine Antwort.

A game of 32 cards is made of 8 cards of different values in each of the 4 suits.

Arsene, the magician asks his friends to choose cards at random, one by one from the pack of 32 cards and to place them in a pile face down on the table.

At a given moment chosen by Arsene, the draw stops. He then declares that there are at least 3 cards of the same value in the pile (for example 3 sevens, 3 queens,...).

Arsene knows the smallest number of cards that his friends must pile up to be sure of never making a mistake.

What is this number? Explain your answer.

Un gioco di 32 carte è costituito da 8 carte di valore differente in tutti e quattro i colori.

Arsene, il prestigiatore, chiede ai suoi amici di estrarre dal mazzo, a caso, una carta per volta e di impilarle, coperte, sul tavolo.

Ad un certo istante, scelto da Arsene, l'operazione viene interrotta; egli dichiara, allora, che nel mucchietto sul tavolo ci sono almeno 3 carte dello stesso valore (per esempio 3 sette, oppure 3 regine...).

Arsene conosce il numero minimo di carte che deve lasciare impilare per essere sicuro di non sbagliarsi mai.

Quale è questo numero? Si giustifichi la risposta.

Una baraja de 32 cartas se compone de 8 cartas de diferente valor en cada una de los 4 colores.

Arsenio, el mago, pide a sus amigos que saquen de una en una, al azar, cartas de una baraja de 32 cartas y que las apilen boca abajo sobre la mesa.

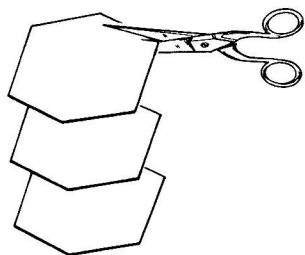
En el momento elegido por Arsenio, el tiraje se detiene. Entonces dice que en el montón hay al menos 3 cartas del mismo valor (por ejemplo 3 sietes, 3 damas,...).

Arsenio conoce el número mínimo de cartas que se debe apilar para estar seguro de no equivocarse nunca.

¿Cuál es dicho número? Explicar la respuesta.

**exercice
n° 2
5 points**

Tous pour un



Confectionner 3 hexagones réguliers superposables.

Découper le premier hexagone en 6 triangles superposables.

Découper aussi le second hexagone en 6 triangles superposables, mais de forme différente de celle des 6 premiers.

Assembler les 12 triangles ainsi obtenus avec le troisième hexagone pour obtenir un nouvel hexagone régulier.

Coller l'assemblage sur la feuille-réponse.

**exercice
n° 3
10 points**

Seize / neuf

Le format d'une image est le rapport de sa "largeur" à sa "hauteur".

Pour retransmettre un film de format 16/9 sur un téléviseur "à coins carrés" de format 4/3, on a le choix entre deux solutions:

- La hauteur de l'image occupe toute la hauteur de l'écran ; on perd alors un peu d'image à droite et à gauche de l'écran:



- On voit entièrement les images du film, mais celles-ci n'occupent pas toute la surface de l'écran qui présente alors des bandes noires en haut et en bas:



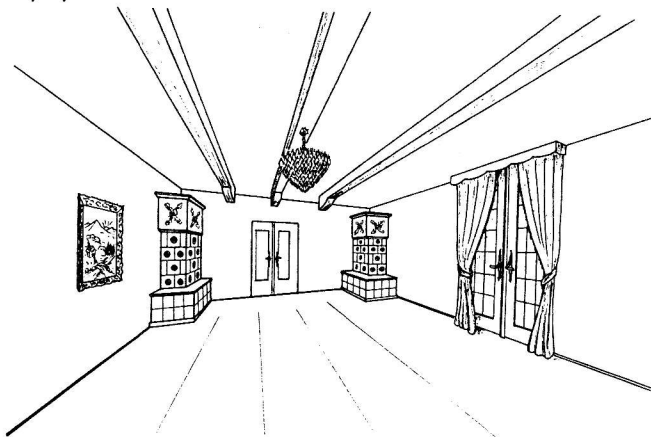
Comparer la fraction d'image perdue dans le premier cas à la fraction d'écran inutilisée dans le deuxième cas. Expliquer.

**exercice
n° 4
5 points**

Bal trappe

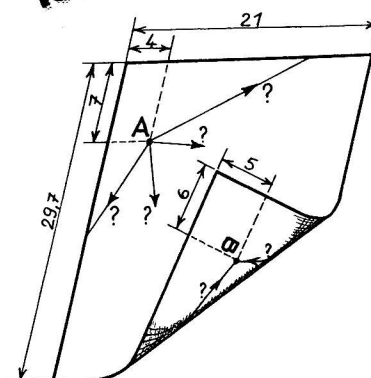
Dans le château du baron de Münchhausen, la salle de bal est un carré de 7 m de côté. Chacun des 4 coins de cette salle est occupé par un poêle carré de 1 m de côté. On veut recouvrir la surface restante avec des dalles rectangulaires de 3 m de long et 1 m de large.

Cela est-il possible sans couper aucune dalle? Expliquer.



**exercice
n° 5
10 points**

Recto-verso



Placer les points A et B respectivement au recto et au verso de la feuille-réponse comme indiqué sur le dessin ci-contre (les distances et dimensions sont données en centimètres).

Tracer le chemin le plus court pour aller de A à B en passant du recto au verso par l'un des bords de la feuille.

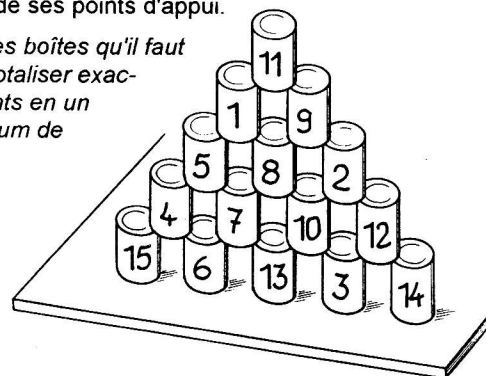
**exercice
n° 6
5 points**

Balle-trap

A la foire, un jeu consiste à lancer des balles sur un empilement de boîtes numérotées.

Une boîte tombe si elle est touchée par une balle ou privée de l'un de ses points d'appui.

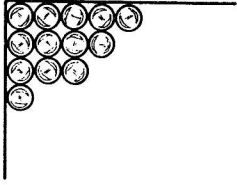
Quelles sont les boîtes qu'il faut toucher pour totaliser exactement 50 points en un nombre minimum de coups?



**exercice
n° 7
10 points**

Un bon placement

Paul veut ranger des pièces de monnaie à plat, sur une seule épaisseur, au fond d'une boîte carrée.



Le diamètre des pièces est de 2 cm et le fond de la boîte est un carré de 28 cm de côté.

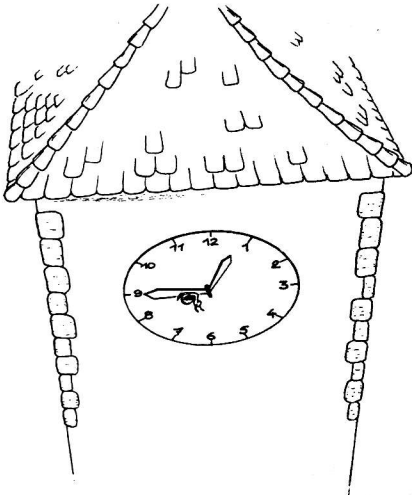
Paul dispose les pièces comme sur la figure ci-contre.

Trouver une autre disposition permettant de ranger davantage de pièces au fond de la boîte. Quel est alors le nombre de pièces? Expliquer.

**exercice
n° 8
5 points**

Coquille

Un escargot chemine tranquillement sur la grande aiguille de la grosse horloge du village à une vitesse constante.

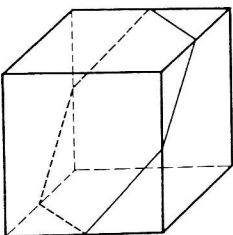


Partant de l'extrémité de la grande aiguille, il met une heure pour parcourir la longueur totale de cette aiguille qui est de 90 cm afin de se retrouver au centre de l'horloge.

Dessiner le cadran de l'horloge à l'échelle 1/10 et y inscrire la trajectoire de l'escargot.

**exercice
n° 9
10 points**

Patron, un demi



Il est possible de couper un cube de 4 cm d'arête par un plan passant par les milieux de 6 de ses arêtes comme indiqué sur la perspective ci-contre.

On obtient alors deux moitiés de cube dont la face commune est un hexagone régulier.

Tracer sur la feuille-réponse un patron de l'un des deux solides à 7 faces résultant de cette section.

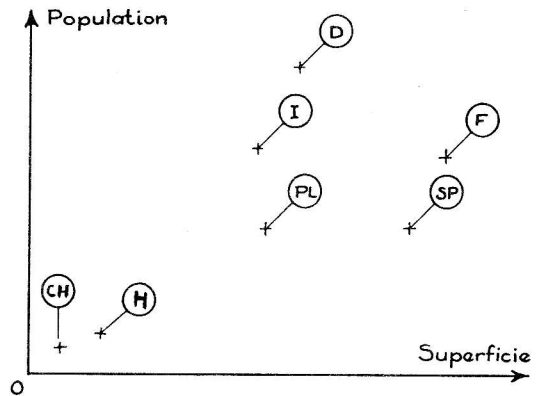
**exercice
n° 10
5 points**

Point à la ligne

Sur le graphique ci-dessous, chaque point représente un pays participant à "Mathématiques Sans Frontières".

Pour placer ces points, on a porté en abscisses les superficies des pays, et leurs populations en ordonnées.

A l'aide de ce graphique, classer ces pays dans l'ordre croissant de leur densité de population (nombre d'habitants au km²). Expliquer la méthode utilisée.



**exercice
n° 11
10 points**

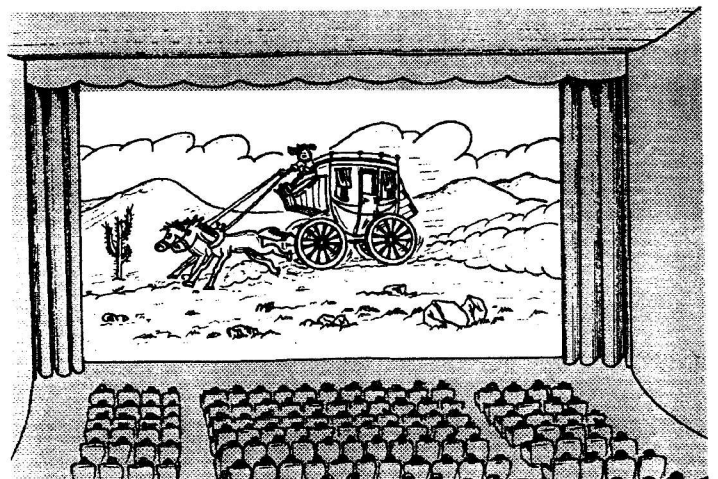
100 ans de cinéma

Au cinéma, il peut nous arriver de voir une diligence échapper aux indiens tandis que les roues semblent tourner à l'envers ou paraissent être arrêtés. Ce phénomène est dû au fait que le film est constitué d'images isolées projetées successivement sur l'écran.

Si, entre deux images, une roue avance juste d'un angle tel qu'un rayon prenne la place de son prédécesseur, les différentes images montrent les rayons toujours dans la même position et la roue semble ne pas tourner.

Quelle est, dans ce cas, la vitesse de la diligence, sachant que ses roues de diamètre 1,20 m ont 12 rayons et que le film est projeté à la fréquence de 24 images par seconde?

Présenter les calculs et exprimer la réponse en km/h.



**exercice
n° 12
15 points**

BM 85196

Au British Museum est exposée la tablette d'argile BM 85196 venant de Babylone et datant de 2000 avant J.C. On peut y lire le texte suivant en sumérien:

"Une canne de 30' est posée verticalement contre un mur. En haut, elle est descendue de 6'. En bas, de combien s'est-elle écartée?"

Solution:

Toi, prends le carré de 30', tu trouveras 15'.

Soustrais 6' de 30', tu trouveras 24'.

Prends le carré de 24', tu trouveras 9' 36".

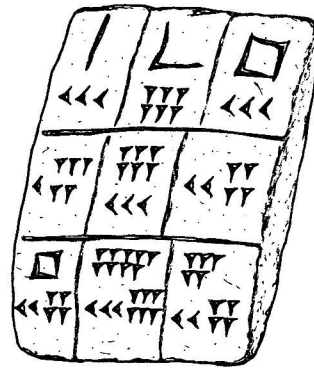
Soustrais 9' 36" de 15', tu trouveras 5' 24".

De quoi 5' 24" est-il le carré?

C'est le carré de ##### (illisible)

Sur le sol la canne s'est écartée de #####.

Telle est la façon d'opérer."



La numération sumérienne est sexagésimale. L'unité est divisée en 60 minutes notées 60', la minute est divisée en 60 secondes notées 60".

Faire une figure.

Résoudre le problème posé en utilisant l'écriture et les techniques mathématiques actuelles.

Expliquer les résultats intermédiaires cités dans le document, puis reconstituer la partie illisible.

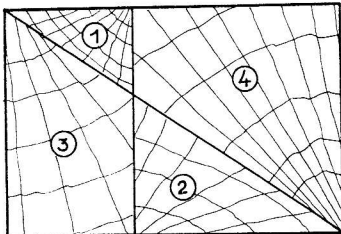
**exercice
n° 13
5 points
Spécial Seconde**

Marquetterie

On a partagé un rectangle en triangles et trapèzes par deux segments de droite comme sur la figure ci-dessous.

Les triangles ① et ② ont des aires respectives de 1 dm^2 et 4 dm^2 .

Calculer, en dm^2 , les aires des trapèzes ③ et ④.



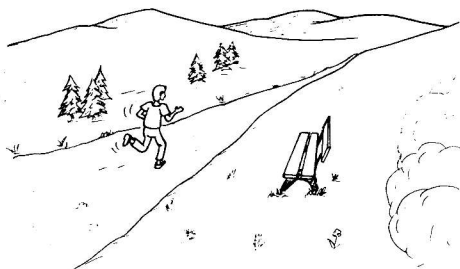
**exercice
n° 14
10 points
Spécial Seconde**

Parcours santé

Georges court deux fois plus vite qu'il ne marche.

Un jour, en s'entraînant, il marche deux fois plus longtemps qu'il ne court et il met 45 minutes. Le lendemain, pour faire le même parcours, il court deux fois plus longtemps qu'il ne marche.

Calculer la durée de son entraînement ce jour-là.



**exercice
n° 15
15 points
Spécial Seconde**

Marchand de sable

Pour rapporter un peu de sable de mes vacances, je dispose d'une enveloppe usagée ouverte sur le pli BC.

Par pliage, j'en fais un tétraèdre en amenant le point B sur le point C. Je remplis alors mon tétraèdre de sable, puis je ferme en recollant le bord avec du ruban adhésif.

Pour les enveloppes normalisées, la longueur est de 16 cm et le rapport longueur sur largeur est égal à $\sqrt{2}$.

Calculer à 1 cm^3 près le volume de sable que je peux emporter.

