**Compétition interclasses de 3e et de 2de**

organisée avec le concours de l'inspection pédagogique régionale de mathématiques de l'Académie de Strasbourg

# Mathématiques Sans Frontières

## Épreuve définitive du 25 Février 2016

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

---

## Exercice 1 — 7 points — Chocologique

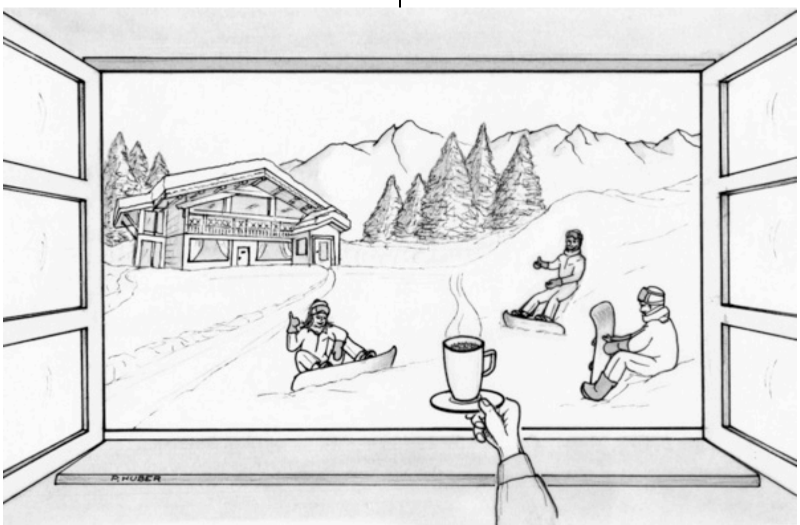
**Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.**

Anatol, Benjamin und Chloé kommen vom Skifahren nach Hause. Ihre Mutter fragt sie: „Wollt ihr alle eine heiße Schokolade?"
Anatol antwortet: „Ich weiß nicht."
Benjamin antwortet: „Ich weiß nicht."
Chloé hat die Antworten ihrer Brüder gehört und antwortet: „Ja."
Die Mutter schenkt daraufhin jedem heiße Schokolade aus.

***Erklärt jede der drei Antworten.***

Anatole, Benjamin and Chloe have just come back home after skiing. Their mum asks them:
"Does everyone want hot chocolate?"
Anatole replies first and says: "I don't know."
Benjamin answers next and also says: "I don't know."
Chloe has been listening to her brothers and she answers: "Yes!"
Their mother gives each of them a mug of hot chocolate.

***Explain the three answers.***



Anatole, Benjamin y Chloé vuelven de un día de esquí. Su madre les pregunta :
« *¿Todos quéreis chocolate caliente ?* ».
Anatole contesta « *No lo sé* ».
Benjamin, tras él, contesta : « *No lo sé* ».
Chloé , después de escuchar a sus hermanos, contesta « *¡Sí !* »
La madre les sirve a todos.

***Explica cada respueta.***

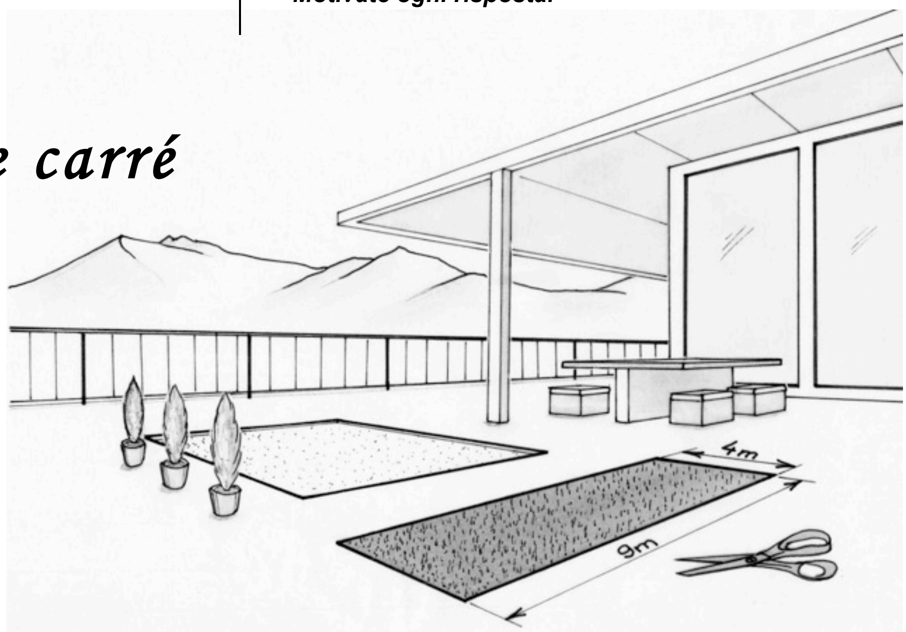
Dopo una uscita sugli sci Anatole, Benjamin e Chloé rientrano a casa. La mamma chiede loro:
*" Volete tutti una cioccolata calda?".*
Anatole risponde " *non lo so*".
Benjamin a sua volta risponde " *non lo so*".
Chloé ha ascoltato i suoi fratelli e risponde " *si!*".
La mamma dà la cioccolata ad ognuno.

***Motivate ogni risposta.***

## Exercice 2 — 5 points — Mettre carré

Floriane a acheté une bande de gazon synthétique rectangulaire de 9 m par 4 m.
Elle veut en faire un carré **avec le minimum de pièces** et sans chutes.

***Faire un dessin pour expliquer comment Floriane s'y prend.***

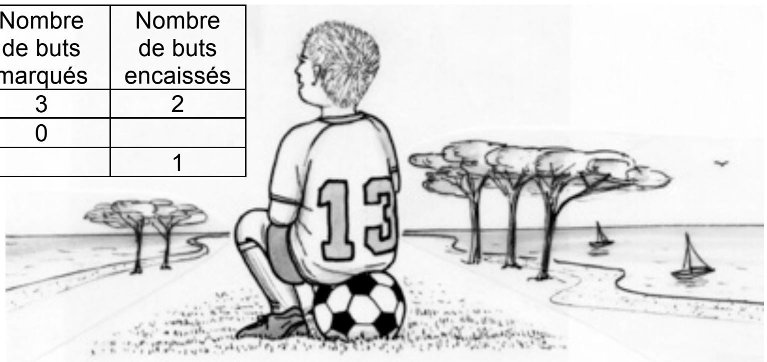


**Exercice 3**
**7 points**

# Maths de foot

Un animateur a organisé un tournoi de foot entre 3 campings. Chaque camping a présenté une équipe.
Chaque équipe a joué une seule fois contre chaque équipe adverse.
Le tableau suivant récapitule de façon incomplète les résultats des rencontres.

| Équipe | Nombre de parties gagnées | Nombre de parties nulles | Nombre de parties perdues | Nombre de buts marqués | Nombre de buts encaissés |
|---|---|---|---|---|---|
| *Les Flots Bleus* | | | 1 | 3 | 2 |
| *L'Étoile de Mer* | | 1 | 1 | 0 | |
| *La Sapinière* | | | | | 1 |




***Reproduire et compléter le tableau.***

**Exercice 4**
**5 points**

# Côte à côte

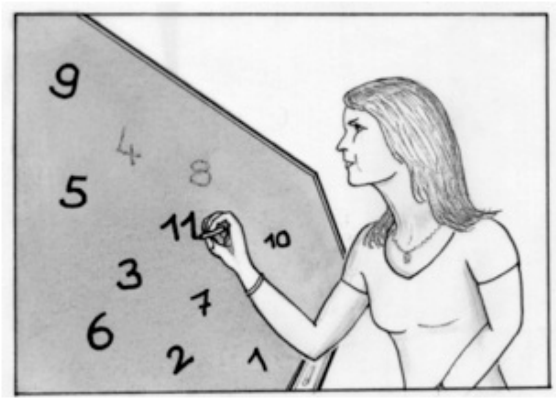
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D 5 | | | | A 6 | | A 1 | |
| | B 1 | | B 6 | | C 5 | | C 2 |
| | | B 3 | | C 7 | | C 4 | |
| | A 4 | | | | D 8 | | D 3 |

Sylvie joue avec 32 cartes différentes portant chacune un nombre entier de 1 à 8 et une lettre A, B, C ou D.
Dans ce jeu, deux cartes ayant un côté commun doivent porter soit le même nombre, soit la même lettre.

***Sylvie a placé 13 cartes sur la table.***
***Sur la feuille-réponse, reproduire et compléter la grille ci-contre.***

**Exercice 5**
**7 points**

# Il ne peut en rester qu'un !

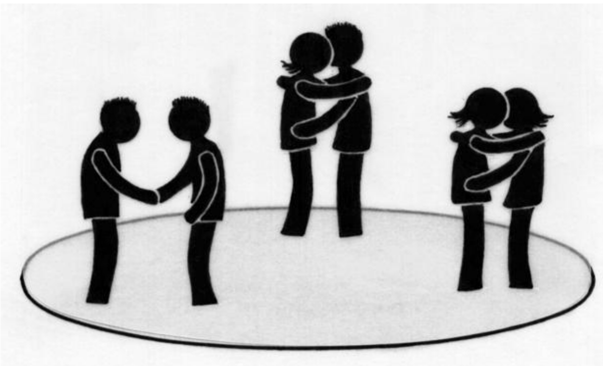



Voici un algorithme :
- Choisir un entier $N \geq 2$.
- Écrire tous les nombres entiers de 1 à $N$.
- Effacer deux entiers de votre choix et les remplacer par leur somme diminuée de 1.
- Recommencer cette dernière opération jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul nombre.
- Annoncer le résultat.

***Peut-on prévoir le résultat annoncé lorsque le nombre N choisi est 10 ? Expliquer.***
***Qu'obtient-on comme résultat si le nombre N choisi est 100 ?***

**Exercice 6**
**5 points**

# Valse des bises



24 élèves et 3 enseignants ont participé à un voyage scolaire.
Avant de se quitter, les filles s'embrassent entre elles ; elles embrassent les garçons ; les garçons se serrent la main entre eux. Les enseignants, entre eux, respectent les mêmes règles que les élèves, et bien sûr, chaque élève serre la main aux enseignants.
En tout, on compte 118 poignées de main.

***Trouver le nombre de fille(s) et d'enseignante(s) dans ce voyage scolaire. Justifier.***

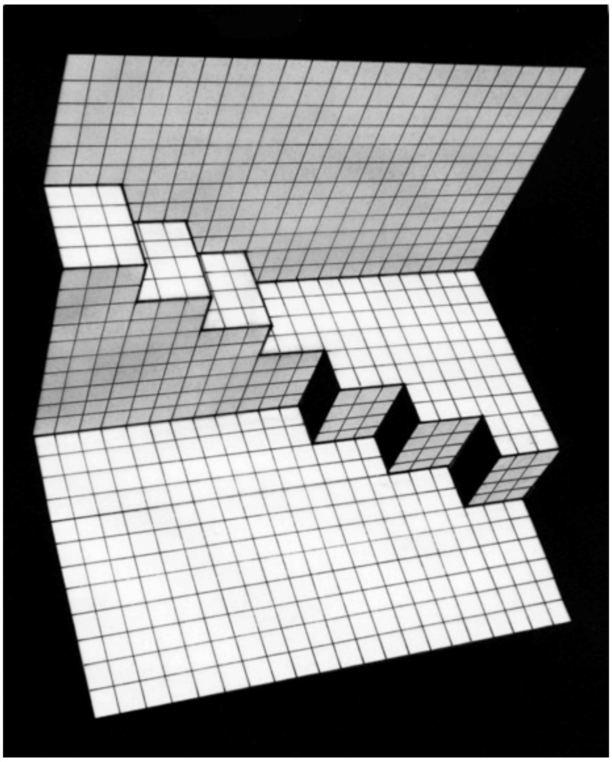
## Exercice 7 — 7 points
# *Revient de loin*

Deux droites *(d)* et *(d')* sont perpendiculaires en O. Sur la bissectrice d'un des angles droits placer le point A tel que OA = 5 cm. Soit B un point de *(d)*. La droite (AB) coupe *(d')* en C. On note M le milieu de [BC].

***Lorsque le point B parcourt la droite (d), le point M décrit une courbe. Tracer cette courbe.***

## Exercice 8 — 5 points
# *Kirigami*

Au Japon, le kirigami est l'art de découper et de plier une feuille de papier pour voir surgir des objets en relief quand on plie la feuille.
L'objet de kirigami dessiné représente deux escaliers étrangement disposés. Il est obtenu par simple découpage et pliage d'une seule feuille de papier.
Les escaliers apparaissent quand on plie la feuille.

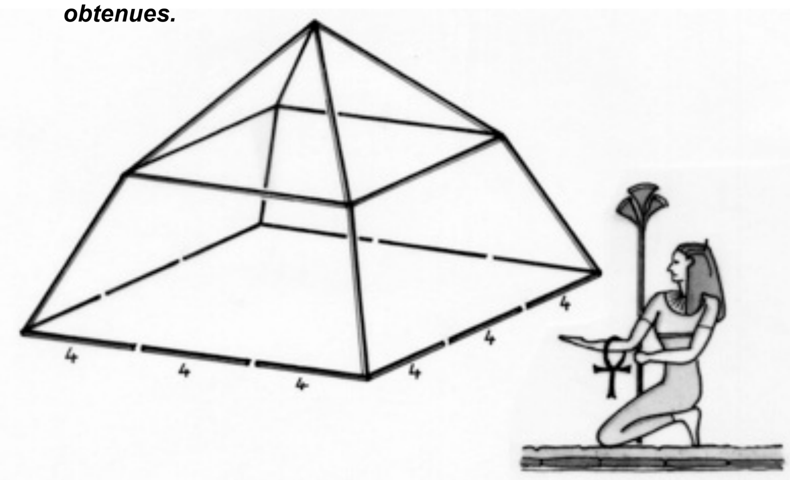


***Découper, plier une feuille de papier quadrillé pour que les escaliers apparaissent comme sur le dessin.***
***Respecter les dimensions.***
***Coller votre objet de kirigami sur la feuille-réponse.***

## Exercice 9 — 7 points
# *Pyramidons !*

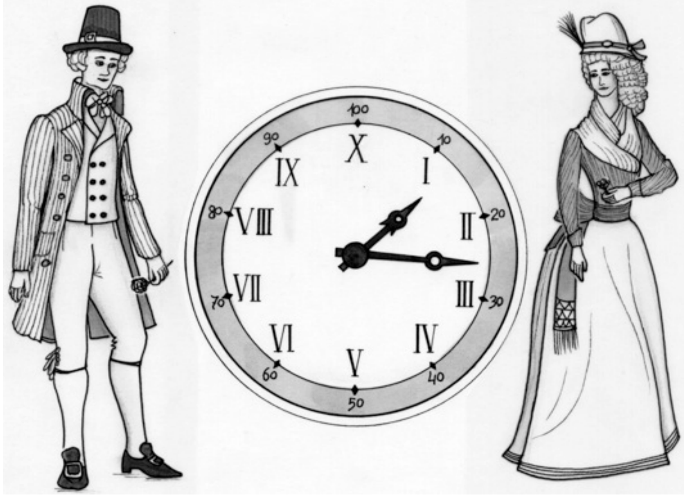
Hugo dispose d'une boîte contenant des bâtonnets de 4 et de 8 cm. Il a réalisé le solide représenté ci-dessous. Il a utilisé des bâtonnets de 4 cm pour la base carrée et des bâtonnets de 8 cm pour le reste.
Son solide n'est pas une pyramide car les bâtonnets des arêtes latérales ne peuvent pas être alignés.

***En ajoutant 4 bâtonnets, donner au moins une manière de transformer ce solide pour obtenir une vraie pyramide. Justifier.***
***Calculer au mm près la hauteur d'une des pyramides obtenues.***



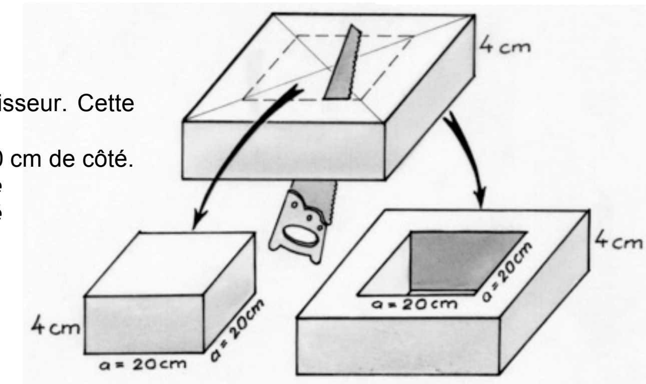

## Exercice 10 — 10 points
# *À vos aiguilles, citoyens !*

Pendant la Révolution Française, le gouvernement veut imposer le système décimal pour toutes les unités de mesure. Il institue donc durant une brève période de la Première République l'heure décimale. La mesure du temps et les cadrans des horloges sont donc changés.
Une journée complète de minuit à minuit est divisée en 10 heures décimales, chacune ayant 100 minutes décimales. Chaque minute décimale a 100 secondes décimales.
Sur une horloge décimale, le cadran représente une journée complète.
Ainsi, sur cette horloge décimale, la petite aiguille des heures fait le tour du cadran en 10 heures décimales et la grande aiguille des minutes fait le tour du cadran en 1 heure décimale.




***Dessiner le cadran d'une horloge décimale indiquant midi.***
***Dessiner le cadran d'une autre horloge décimale indiquant l'équivalent de 13h20 d'avant la révolution. Justifier.***

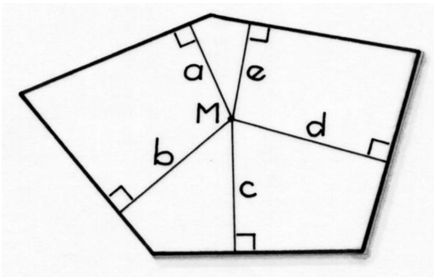
## Exercice 11 — 5 points
# Deux pièces




Myriam a devant elle une plaque de polystyrène de 4 cm d'épaisseur. Cette plaque est un pavé droit à base carrée.
Elle découpe dans cette plaque un pavé droit à base carrée de 20 cm de côté.
Elle dit à Sofia : « *Regarde, j'obtiens deux solides. Le volume de l'un est inférieur au volume de l'autre. Si j'avais découpé un pavé droit à base carrée de 19 cm de côté, cela aurait été l'inverse.* »

***Pour quelle(s) valeur(s) entière(s), en centimètres, du côté de la base carrée l'affirmation de Myriam est-elle vraie ? Justifier.***

## Exercice 12 — 7 points
# Invariant du pentagone



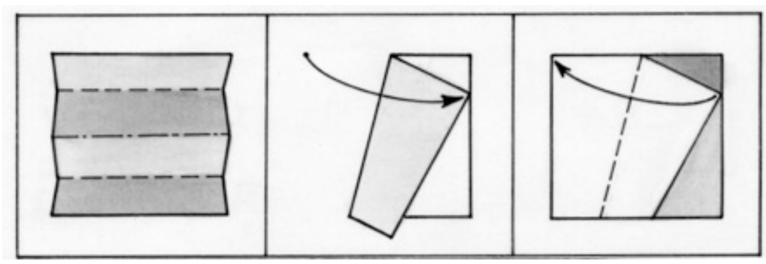

Jean a construit, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, un pentagone ayant cinq côtés de la même longueur et des angles de mesures différentes. Il a ensuite placé un point M à l'intérieur de ce pentagone et a tracé les distances de ce point à chaque côté du pentagone.
En déplaçant le point M à l'intérieur du pentagone, il a constaté que la somme des cinq distances reste toujours la même, quelle que soit la position de M.

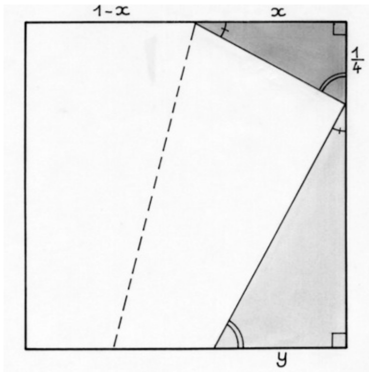
***Trouver une relation simple entre l'aire du pentagone de Jean et la somme des distances du point M aux cinq côtés de ce pentagone. Démontrer la conjecture de Jean.***

## Exercice 13 pour les secondes GT — 10 points
# Plis en fractions

M. Kazuo Haga, maître en origami a trouvé une méthode ingénieuse pour diviser par pliages le côté d'une feuille carrée en parties égales. Voici ci-dessous les premières étapes de la méthode pour obtenir 1/5 du côté :

| *1. Plier en quatre parties égales une feuille carrée.* | *2. Rabattre le coin gauche sur le quart du côté droit.* | *3. Colorier les deux triangles puis déplier.* |
|---|---|---|






***Découper les deux triangles coloriés. Les superposer pour les placer en situation de Thalès. Coller cet assemblage sur la feuille-réponse. Calculer $x$ puis $y$. Par quel pliage final obtient-on 1/5 du côté de la feuille ?***

## Exercice 13 pour les secondes Pro — 10 points
# De la suite dans les idées

Théo écrit une suite de nombres entiers positifs. Il commence par écrire trois fois le nombre 1 puis un autre nombre. Ensuite, il définit la règle suivante :
**«** *à partir du 5e nombre, chaque nouveau nombre est égal à la somme des quatre précédents* ».
Le 12e nombre de Théo est 1 213.

***Quel est le 4e nombre de sa suite ? Trouver le 25e nombre de cette suite.***
*On acceptera une solution réalisée à l'aide d'un tableur.*