

Mathématiques Sans Frontières



Épreuve définitive du 14 Mars 2013

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1
7 points

Bien vu

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Drei Clowns, Anatole, Michel und Thomas, haben drei rote Hüte und zwei grüne Hüte in ihrer Garderobe.
Vor ihrem Auftritt muss jeder der drei Clowns einen Hut holen.

Die Clowns finden den Lichtschalter nicht und in der Garderobe ist es dunkel. Jeder nimmt zufällig einen Hut und setzt ihn auf. Sie gehen aus der Garderobe hinaus und treten auf.

Jeder Clown wird gefragt, ob er in der Lage ist, die Farbe seines Hutes zu erraten.

Anatole schaut die beiden anderen an und sagt: „Nein“.

Dann schaut Michel die beiden anderen an und sagt: „Nein“.

Zuletzt antwortet Thomas, der blind ist: „Ja“.

Erklärt, wie der blinde Clown die Farbe seines Hutes bestimmen konnte.

Three clowns, Anatole, Michel and Thomas, keep three red hats and two green hats in their dressing-room.

Before going on stage they each need to put on a hat.

The clowns cannot find the light switch and the dressing-room is in darkness. Each clown picks a hat at random and puts it on his head. They leave the dressing-room and go on stage.

Each clown is asked if he can work out the colour of his hat.

Anatole looks at the two others and says “No”.

Then Michel looks at the two others and says “No”.

Finally Thomas, who is actually blind, replies “Yes”.

Explain how this blind clown was able to work out the colour of his hat.



Tres payasos, Anatole, Michel y Thomas, han dejado tres sombreros rojos y dos sombreros verdes en el camerino.
Antes de salir a escena, tienen que coger un sombrero cada uno.

Los payasos no encuentran el interruptor y el camerino está a oscuras. Cada uno coge un sombrero al azar y se lo pone en la cabeza. Salen del camerino y entran en escena.

Preguntamos a cada payaso si es capaz de adivinar el color de su sombrero.

Anatole mira los otros dos y dice “No”.

Luego Michel mira los otros dos y dice “No”.

Por fin Thomas, que es ciego, dice “Si”.

Explica cómo el payaso ciego ha podido adivinar el color de su sombrero.

Tre clown, Anatole, Michele e Tommaso hanno depositato in camerino tre cappelli rossi e due verdi. Prima di entrare in scena ognuno di loro deve recuperare un cappello.

I clown non trovano l'interruttore e il camerino è

completamente al buio.

Tutti prendono un cappello a caso, se lo mettono, poi, escono dal camerino ed entrano sul palcoscenico.

Alla domanda se sono in grado d'indovinare il colore del proprio cappello,

Anatole guarda gli altri due e dichiara : « No ».

Michele, a sua volta, guarda gli altri due e dichiara : « No ».

Tommaso, infine, che è cieco risponde : « Si ».

Spiegate come il clown cieco abbia potuto determinare il colore del suo cappello.

Exercice 2
5 points

Mathémagique

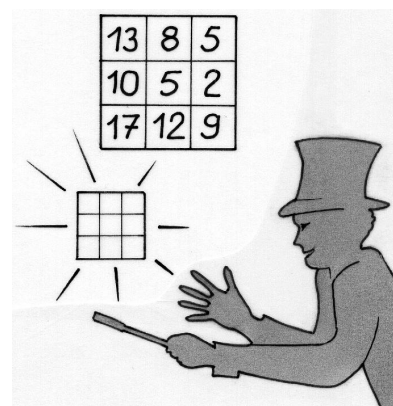
Cette grille est magique !

Choisissez trois nombres de cette grille de telle façon que deux nombres choisis n'appartiennent ni à la même ligne, ni à la même colonne. Faites la somme de ces trois nombres.

Recommencez avec d'autres nombres de cette grille en respectant cette consigne.

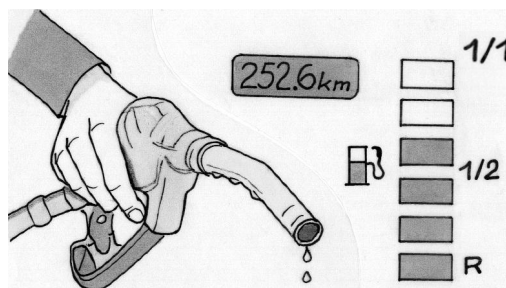
En quoi cette grille est-elle magique ?

Créer une autre grille magique de neuf cases dont la somme des trois nombres est 40. Cette nouvelle grille doit contenir des nombres tous différents.



Exercice 3
7 points

Antisèche



Chaque fois que je fais le plein, je remplis complètement le réservoir et remets le compteur kilométrique à zéro.

Sur le tableau de bord, le volume du réservoir est illustré par six rectangles. Chaque rectangle représente un sixième du volume du réservoir.

Chaque fois qu'un sixième du réservoir a été consommé, un rectangle noir devient blanc.

Lorsque le cinquième rectangle devient blanc, un signal sonore retentit et le dernier rectangle se met à clignoter. À partir de ce moment-là, on commence à rouler sur la « réserve » R.

Depuis le dernier plein la voiture a parcouru 252,6 km et il reste 4 rectangles noirs.

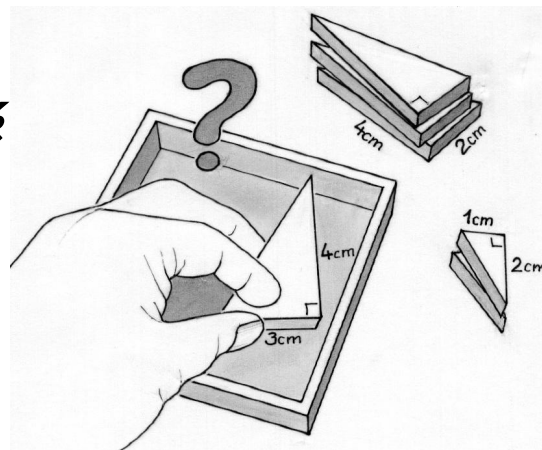
Calculer la distance minimale et la distance maximale que je peux encore espérer parcourir dans les mêmes conditions de conduite avant de rouler sur la « réserve ».

Exercice 4
5 points

Triangles au carré

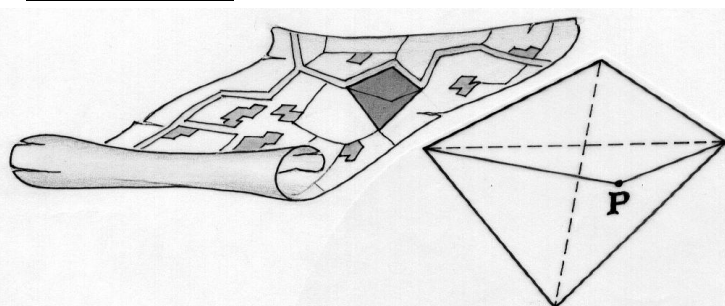
Reconstituer un carré à partir des 6 triangles rectangles suivants :

- 2 triangles rectangles dont les cotés de l'angle droit mesurent 1 et 2 cm ;
- 3 triangles rectangles dont les cotés de l'angle droit mesurent 2 et 4 cm ;
- 1 triangle rectangle dont les cotés de l'angle droit mesurent 3 et 4 cm.



Exercice 5
7 points

Partage égalité fraternité



Le Père Jacques veut partager son champ quadrangulaire en deux parcelles d'aires égales pour les léguer à ses fils Pierre et Paul.

Pierre lui dit : « Il y a une façon commode d'y parvenir : Il suffit de choisir un point P particulier sur une diagonale et le raccorder avec les extrémités de l'autre diagonale. »

Paul ajoute : « Certes, mais en déplaçant P à partir de cette position-là, on peut trouver pour P une infinité d'autres positions possibles. »

Dessiner un quadrilatère représentant le champ du Père Jacques.

Préciser la position du point P correspondant à la solution de Pierre et justifier l'égalité des aires des deux parcelles ainsi obtenues.

Dessiner l'ensemble des solutions évoquées par Paul. Expliquer.

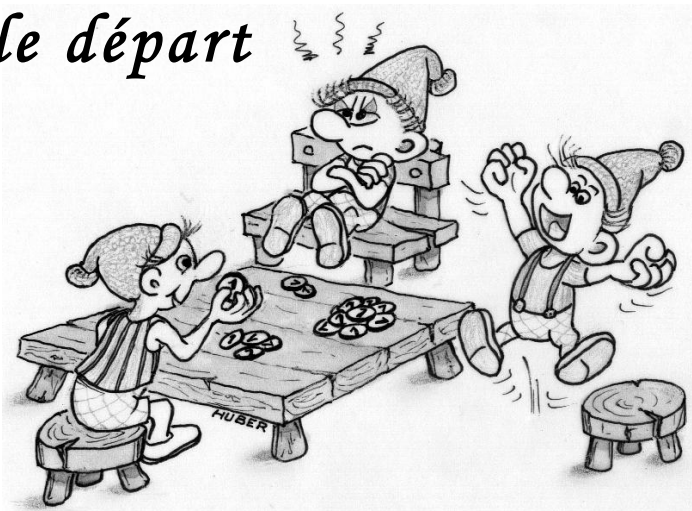
Exercice 6
5 points

Retour vers le départ

Alex, Claude et Sam jouent. A la fin de chaque manche, le perdant donne une partie de ses jetons aux deux autres joueurs pour que ceux-ci doublent chacun leur nombre de jetons.

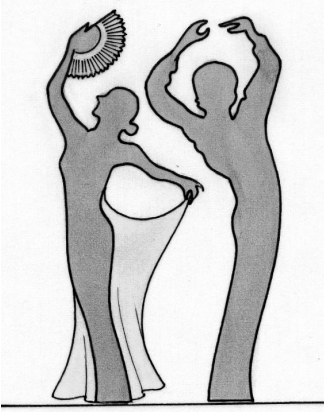
La cinquième manche est achevée, Alex possède 10 jetons, Claude en a 9 et Sam seulement 8.

Trouver le nombre de jetons que chaque joueur possédait avant de commencer à jouer. Expliquer.



Exercice 7
7 points

Dos à dos



Je suis un nombre entier strictement supérieur à 2. Dans chaque paire de conditions, il y a une phrase vraie et une phrase fausse me concernant.

- 1a. Je suis un nombre à deux chiffres.
- 1b. Je suis pair.
- 2a. Je suis le carré d'un nombre entier.
- 2b. Je suis un nombre à trois chiffres.
- 3a. Je suis un nombre dont l'écriture contient un 7.
- 3b. Je suis un nombre qui n'a que deux diviseurs, 1 et lui-même.
- 4a. Je suis le produit de deux nombres impairs consécutifs.
- 4b. Je suis égal à un entier au carré plus un.
- 5a. Je suis divisible par 11.
- 5b. Je suis égal à un entier au cube plus un.

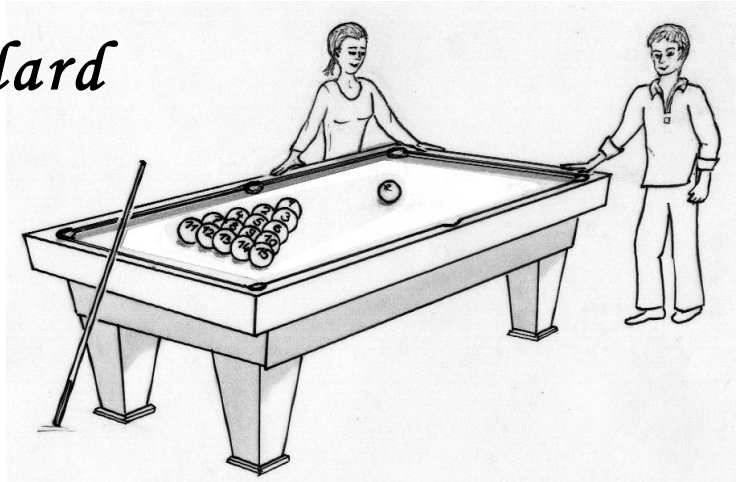
Qui suis-je ? Expliquer.

Exercice 8
5 points

C'est du billard

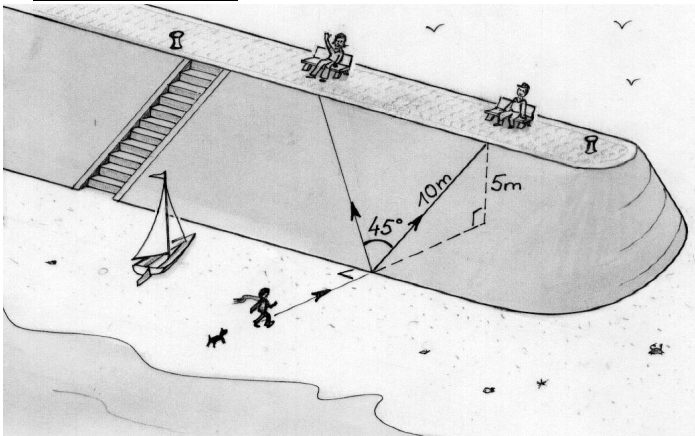
Le billard américain est un jeu comportant 15 boules numérotées de 1 à 15 et une boule blanche. La partie est terminée lorsqu'il ne reste que la boule blanche sur le tapis. À la fin de leur partie, Bonnie et Clyde comptent leurs points. Toutes les boules ont été gagnées par l'un ou l'autre. Bonnie obtient exactement deux fois plus de points que Clyde alors qu'elle a gagné moins de boules que Clyde.

Donner les répartitions possibles des points gagnés par Bonnie.



Exercice 9
7 points

La digue de Malo



Lily qui vient de la plage veut monter sur la digue de Malo-les-Bains. Cette digue mesure 5 m de haut. Le chemin le plus court et donc le plus raide mesure 10 m ; l'inclinaison de ce chemin est de 5 pour 10 soit 50 %. Fatiguée, elle décide de monter en ligne droite mais en s'écartant de 45° par rapport au chemin le plus court.

Calculer en pourcentage l'inclinaison de ce nouveau chemin.

De quel angle Lily aurait-elle dû s'écarter pour que l'inclinaison soit de 25 % ? Justifier.

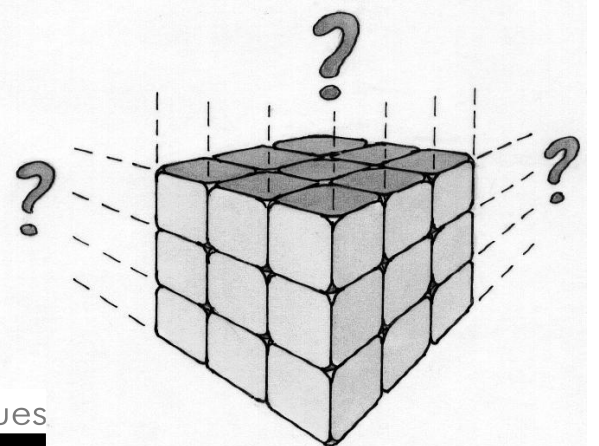
Exercice 10
10 points

Pas peint

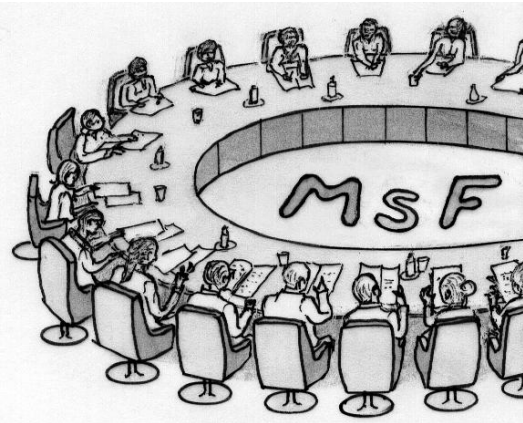
Un grand cube est formé d'un assemblage de petits cubes de 1 cm^3 . Un certain nombre de faces du grand cube sont peintes entièrement. Ainsi 48 petits cubes de cet assemblage n'ont aucune face peinte.

Donner tous les cubes possibles avec leurs faces colorées. Expliquer.

Dans chacun de ces cas dessiner un patron du grand cube avec les faces peintes.



SPECIAL SECONDE



Exercice 11
5 points

AG de MsF

Lors de l'Assemblée Générale de Mathématiques Sans Frontières, les participants se retrouvent autour d'une grande table circulaire. Ce groupe est composé d'hommes et de femmes.

7 femmes ont une femme à leur droite et 12 femmes ont un homme à leur droite.

3 hommes sur 4 ont une femme à leur droite.

Parmi les personnes présentes, on en choisit une au hasard pour rédiger le compte-rendu.

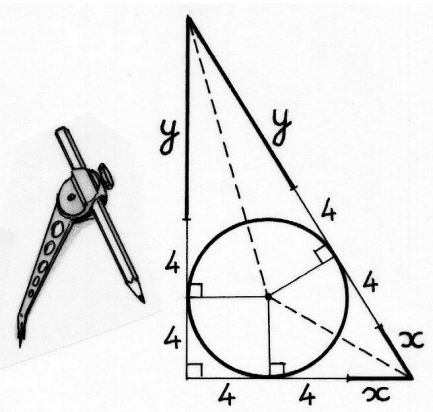
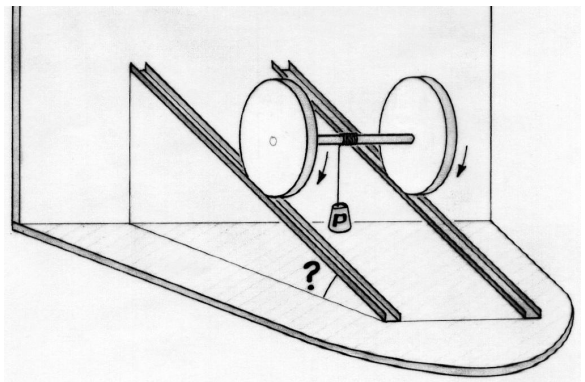
Quelle est la probabilité qu'une femme soit choisie ? Justifier.

Exercice 12
7 points

Descente ascensionnelle

La figure ci-contre représente deux roues reliées par un axe. Elles roulent sans glisser sur deux rails parallèles inclinés. Sur cet axe est enroulé un fil au bout duquel est suspendu un poids. Quand les roues descendent, le fil s'enroule sur l'axe et pourtant le poids se déplace horizontalement. Le diamètre des deux roues est de 10 cm et celui de l'axe est de 1 cm.

Calculer l'angle au degré près du plan incliné avec l'horizontale.



Exercice 13 pour
les secondes GT
10 points

C'est inscrit

Anna cherche tous les triangles rectangles vérifiant les deux conditions suivantes :

- les côtés mesurent des nombres entiers de centimètres ;
- le rayon du cercle inscrit dans ce triangle mesure 4 cm.

Pour y parvenir, elle a repéré sur sa figure des longueurs égales.

Trouver tous les triangles rectangles vérifiant ces deux conditions. Justifier.

Exercice 13 pour
les secondes Pro
10 points

Le gang des souris

Un gang de trois souris partage un morceau de fromage qui a la forme d'un triangle isocèle de base 6 cm et de 8 cm de hauteur. Le chef prend la meilleure partie, la pointe. Le couteau passe par le milieu d'un côté et par les trois quarts de l'autre côté. Les deux autres souris se partagent le morceau restant en deux parts égales.

Vérifier que le chef a pris la plus grosse des trois parts.

Proposer une façon de couper le morceau restant en deux parts égales.

Il est vivement conseillé d'utiliser l'outil informatique pour résoudre cet exercice. Décrire avec précision la démarche mise en œuvre.

