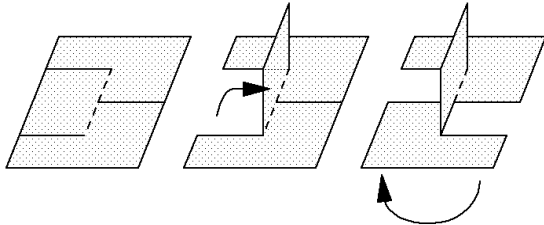


Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de Février 2005

Exercice 1 : Changez de place !

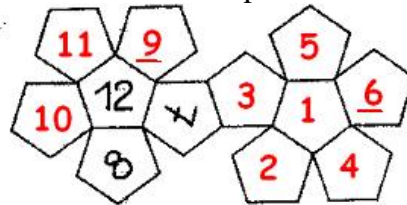
Pierre imagine un damier de 13 tables noires et 12 tables blanches. Suivant la consigne du professeur, chaque élève devra se rendre à une table de couleur différente de celle qu'il occupait. Il n'y a pas assez de tables blanches pour accueillir les 13 élèves qui occupaient des tables noires. Le mouvement est donc impossible.

Exercice 2 : Papel'Art

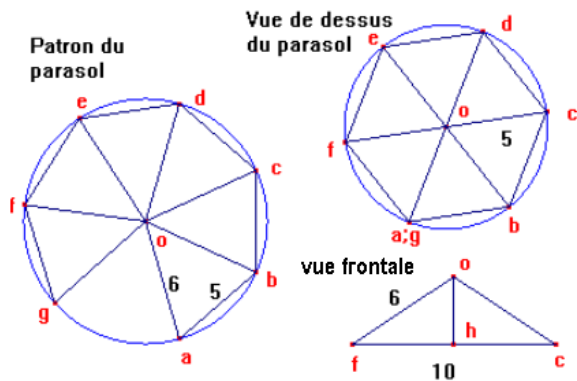


Exercice 4 : Des dés à Dédé

Voici une solution parmi d'autres :



Exercice 3 : Parapli



Le parasol, vue de dessus, est un hexagone régulier de 5cm de côté.

Une vue frontale du parasol, en supposant que l'hexagone soit dans un plan horizontal, montre que la hauteur de la pyramide est la hauteur d'un triangle isocèle tel que ses côtés égaux mesurent 6cm et sa base mesure 10cm.

La hauteur est égale à $\sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$ cm

Exercice 5 : Remplissage

Sur les figures, on observe :

$$T2 = O1 + 4 T1 \text{ et } O2 = 6 O1 + 8 T1$$

Par duplication, il vient :

$$T4 = O2 + 4 T2 = 6 O1 + 8 T1 + 4(O1 + 4 T1) \text{ et}$$

$$O4 = 6 O2 + 8 T2 = 6(6 O1 + 8 T1) + 8(O1 + 4 T1)$$

D'où $T4 = 10 O1 + 24 T1$

et $O4 = 44 O1 + 80 T1$

(C'est la seule solution. On ne demande pas ici de prouver son unicité)

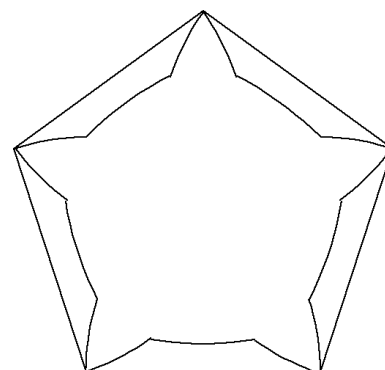
Exercice 6 : Autoréférent

Le tableau contient :



Exercice 7 : La balade du carré

La trajectoire de A est constituée d'arcs de cercles.



Exercice 8 : Omelette incongrue

N doit être multiple de 7 et N+1 doit être multiple de 60. Le plus petit entier positif satisfaisant ces deux conditions est 119.

Exercice 9 : Saloonpoker

Après un mélange les cartes sont disposées ainsi :

1.17. 2. 18. 3. 19. 4. 20. 5. 21. 6. 22. 7. 23. 8. 24.

9. 25. 10. 26. 11. 27. 12. 28. 13. 29. 14. 30. 15. 31. 16. 32

Après le deuxième mélange :

1.9. 17. 25. 2. 10. 18. 26. 3. 11. 19. 27. 4. 12. 20. 28.

5. 13. 21. 29. 6. 14. 22. 30. 7. 15. 23. 31. 8. 16. 24. 32

Après le troisième mélange :

1.5. 9. 13. 17. 21. 25. 29. 2. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32

Après le quatrième mélange

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. 30. 32

Et comme par hasard après le cinquième mélange les cartes sont disposées ainsi :

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32.

Exercice 10 : Ca balance !

(P+F = I+J & P+J > F+I): par addition membre à

membre, il vient : $2P + J + F > 2I + J + F$, donc **P > I**

De même, (I+J = P+F & P+J > F+I) donne : **J > F**

(I+J = P+F & J+F > P+I) donne : **J > P**

(P+F = I+J & J+F > P+I) donne : **F > I**

enfin, (J+F > I+P & P+J > F+I) donne : **J > I**

Donc **Jean est le plus lourd et Igor le plus léger.**

Mais **les masses de Franck et de Paul sont indiscernables.** Pour le montrer, on pourra

présenter deux exemples contradictoires :

Si **J=70, P=66, F=64 et I=60**,

l'égalité et les inégalités de l'énoncé sont vérifiées, mais elles le sont aussi

si **J=70, P=64, F=66 et I=60.**

Exercice 11 : Deux triangles pour un carré

Notons T_n le triangle d'ordre n , C_n le carré d'ordre n

et t_n le nième nombre triangulaire.

On peut assembler T_n et T_{n+1} pour former C_{n+1} .

(la figure montre l'assemblage de T_4 et T_5)

d'où : $t_n + t_{n+1} = (n+1)^2$

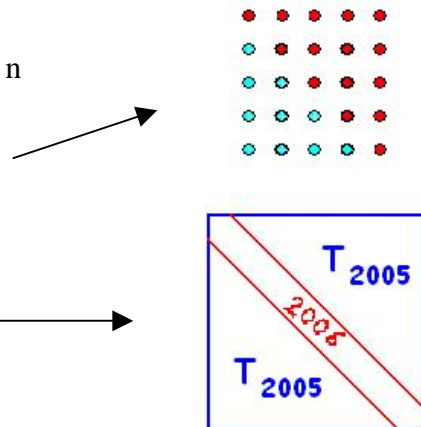
Ainsi $t_{2005} + t_{2006} = 2006^2$

Si on remarque que $t_{2006} = t_{2005} + 2006$,

il vient : $2 t_{2005} + 2006 = 2006^2$

Alors $t_{2005} = (2006^2 - 2006) / 2 = 2006 \times 2005 / 2$

Enfinement : **$t_{2005} = 2\ 011\ 015$**



Exercice 12 : À bicyclette

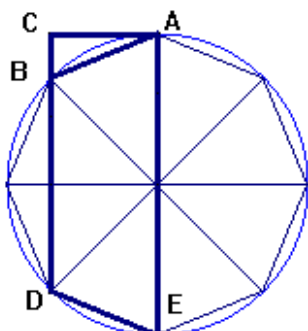
Avant de rencontrer Yves, Paulette roule t_1 heures à la vitesse moyenne de 24km/h ; elle a donc parcouru $24t_1$ km. Avec Yves, elle roule encore 27 km (en 1h). En appliquant la formule $d = vt$ à tout son parcours, on obtient : $25(t_1 + 1) = 24t_1 + 27$, c'est-à-dire : $t_1 = 2$.

Au total, Paulette a donc roulé : $(2 + 1) \times 25 = \mathbf{75\ km}$.

De même, avant de rencontrer Paulette, Yves roule t_2 heures à la vitesse moyenne de 30km/h ; il a donc parcouru $30t_2$ km. Avec Paulette, il roule encore 27 km (en 1h). On obtient : $29(t_2 + 1) = 30t_2 + 27$, c'est-à-dire : $t_2 = 2$.

Au total, Yves a donc roulé : $(2 + 1) \times 29 = \mathbf{87\ km}$.

Exercice 13 : Octonoëud



La largeur du ruban est égale à $4 \times \cos(45^\circ) = 2\sqrt{2}$ ($\approx 2,8$).

Le ruban est formé de 7 trapèzes consécutifs isométriques au trapèze ABDE auxquels s'ajoutent 2 triangles isométriques au triangle ABC placés chacun aux extrémités du ruban, celui-ci a donc la forme d'un rectangle.

Longueur totale du ruban: $4 \times AE + 3 \times BD = 4 \times 8 + 3 \times 4\sqrt{2} = 32 + 12\sqrt{2}$ (≈ 49).

Remarque: une mesure du ruban majore de 5mm environ la mesure précédente. Cette majoration est due à l'épaisseur du support. (Octogone en carton)

