Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve du 11 mars 2014

Exercice 1 – *Questions de questions* – 7 points

Les questions peuvent être nombreuses : plus grand ou plus petit, pair ou impair, appartenant ou non aux diviseurs de 6 ; 10 ; par exemple… D'où de nombreuses solutions.
La difficulté est de bien choisir les questions.

Exemple de solution : 1) Le nombre est-il pair ? 2) Est-il supérieur à 3,5 ? 3) Est-il multiple de 3 ?

Exercice 2 – *Equilibre* – 5 points

On désigne par a et b les nombres de cubes sur les plateaux A et B.
Réaliser l'équilibre revient à faire en sorte que le total des volumes des cubes soit le même sur les deux plateaux. On obtient : $8^3 \times a = 12^3 \times b$, puis en simplifiant $8a = 27b$.
Les plus petites valeurs possibles (non nulles !) sont : $a = 27$ et $b = 8$.
L'équilibre sera atteint si on place 27 petits cubes à gauche et 8 grands cubes à droite.

Exercice 3 – *Sécher dans les pommes* – 7 points

Les 5 kg de pommes sont constitués de 80% d'eau, soit 4 kg d'eau et 1 kg de matière sèche.
Après séchage, il reste toujours 1 kg de matière sèche représentant 40% de la masse séchée.
Les 60% d'eau correspondent alors à 1,5 kg.
Les pommes séchées pèsent 2,5 kg.

Exercice 4 – *Bon appétit* – 5 points

Il est plus facile de calculer le volume qui doit rester après les découpes, que de calculer les volumes des différentes tranches.

	1er jour	2e jour	3e jour	4e jour	5e jour	6e jour	7e jour	8e jour	9e jour	10e jour
Volume de départ (cm^3)	10^3	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3
Volume restant (cm^3)	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3	0
Volume mangé (cm^3)	**271**	**217**	**169**	**127**	**91**	**61**	**37**	**19**	**7**	**1**

Exercice 5 – *Curiosity !* – 7 points

Application du théorème de Thalès et interprétation des documents donnés. Réponse à juger suivant l'argumentation présentée dans la solution.
Si Phobos pouvait cacher complètement le Soleil, son diamètre D vérifierait, d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{D}{1{,}4\times10^6} = \dfrac{6\,000}{2{,}4\times10^8}$ et donc $D \approx 35$ km.
En mesurant sur la photo le diamètre apparent pour Phobos et le diamètre apparent pour le Soleil, on trouve un rapport proche de 4/7 (par exemple si on mesure pour Phobos un diamètre apparent de 2,4 cm pour un diamètre apparent de 4,2 cm pour le Soleil alors on a un rapport de 2,4/4,2 = 4/7).
Le diamètre apparent de Phobos est donc environ de 4/7 de celui du Soleil. Son diamètre réel est d'environ $35 \times 4/7 = 20$ km. **Le diamètre réel de Phobos est d'environ 20 km.**

Exercice 6 – *La victoire en comptant* – 5 points

La somme de tous les numéros des exercices excède 2014.

Cette somme jusqu'au nombre n est $S_n = \dfrac{n\times(n+1)}{2}$. On remarque que $S_{62} < 2014 < S_{63}$.

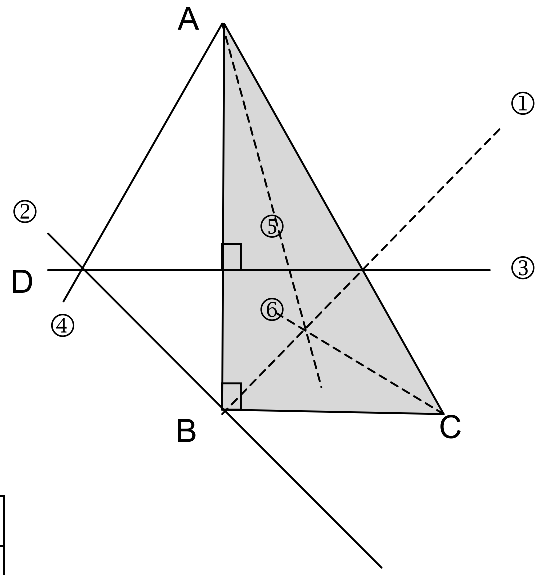
$S_{63} = 2016$. 2014 = 2016 – 2
Le concours comportait 63 questions et **Barnabé s'est trompé à la deuxième question.**

Les élèves ne connaissant certainement pas la formule de la somme des n premiers nombres, vont essayer par tâtonnements, avec une calculatrice ; le travail n'est pas trop ardu.

<u>Exercice 7 – *Equerre à tout faire* – 7 points</u>

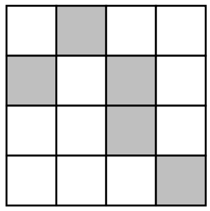
De nombreuses solutions pour ce problème. La justification devra être lue attentivement.

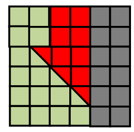
Voici une construction possible :
La bissectrice de l'angle droit est évidente à construire ①.
Les étapes ②, ③ et ④ permettent de construire le symétrique de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à la droite (AB).
⑤ On trace un angle de 45° de sommet A sur le côté [AD].
On obtient la bissectrice issue du sommet A.
En utilisant le fait que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes, on peut tracer la troisième bissectrice issue du sommet C, étape ⑥.



<u>Exercice 8 – *C'est grisant* – 5 points</u>

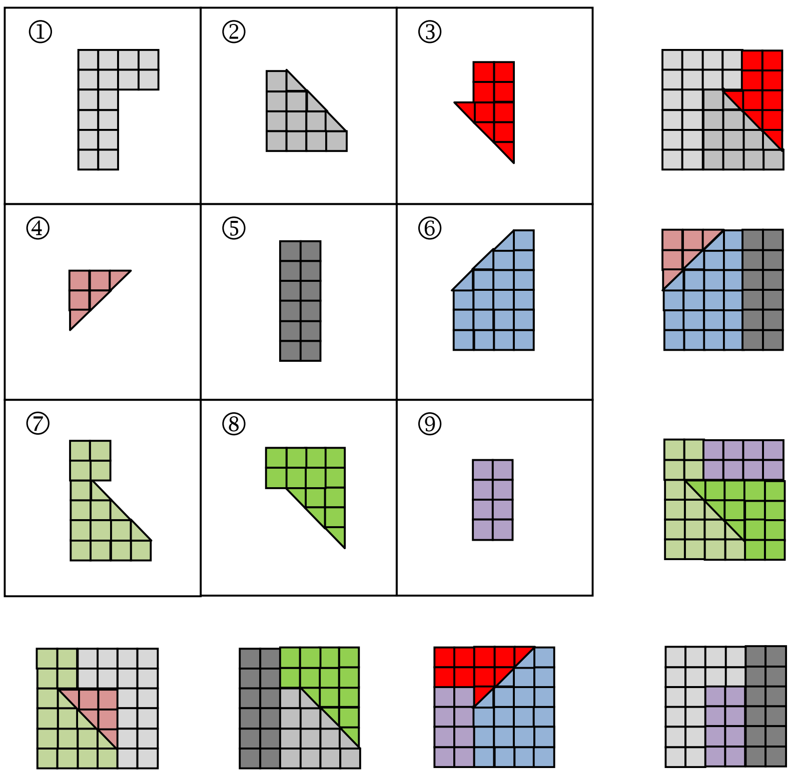
Ci-contre la grille solution.



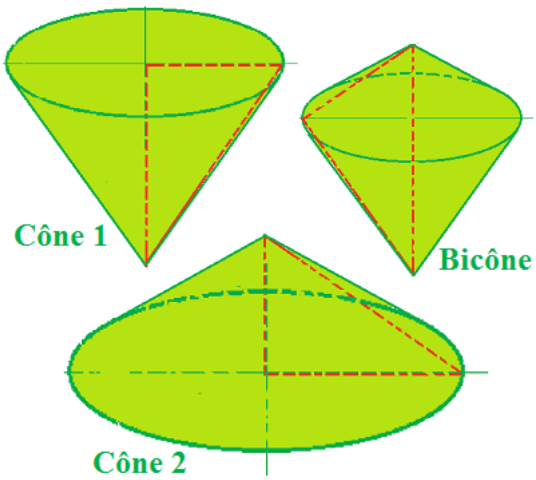


<u>Exercice 9 – *Carré magique géométrique* – 7 points</u>

En procédant de manière rigoureuse, plusieurs remarques :
La deuxième colonne ne permet qu'une seule forme pour la case 8.
De même la diagonale descendante ne permet qu'une seule forme pour la case 9.
A partir de là, des déductions pour compléter les autres cases.



Mathématiques SANS Frontières



<u>Exercice 10 – *Des tours d'équerre* – 10 points</u>

Volume du cône 1 : $\dfrac{16\times 12^2\times\pi}{3}=768\pi$

Volume du cône 2 : $\dfrac{12\times 16^2\times\pi}{3}=1\,024\pi$

Volume du bicône :
Il s'agit de calculer d'abord la longueur du troisième côté de l'équerre et la longueur de la troisième hauteur du triangle.

$\dfrac{20\times 9{,}6^2\times\pi}{3}=614{,}4\pi$. **Luc n'a pas raison.**

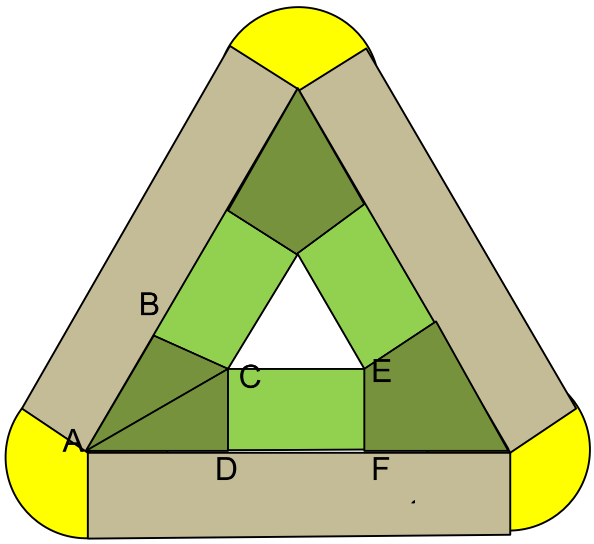
Exercice 11 – *La horde de uns* – 5 points

A l'aide de la calculatrice, les élèves trouveront facilement 111 111.
On regroupe les chiffres de N par paquets de 6 en commençant par la gauche.
On aura 335 paquets, suivis de 4 chiffres 1.
$1\,111 = 158 \times 7 + 5$
Le reste de la division de N par 7 est 5.

Exercice 12 – *Bien joué* – 7 points

Jan prend le dé A	B bat A avec proba 1/3	C bat A avec proba 5/9	D bat A avec proba 2/3	Léna prend le dé C ou D
Jan prend le dé B	A bat B avec proba 2/3	C bat B avec proba 1/3	D bat B avec proba 1/2	Léna prend le dé A
Jan prend le dé C	A bat C avec proba 4/9	B bat C avec proba 2/3	D bat C avec proba 1/3	Léna prend le dé B
Jan prend le dé D	A bat D avec proba 1/3	B bat D avec proba 1/2	C bat D avec proba 2/3	Léna prend le dé C

Exercice 13 Secondes GT – *A rendre chèvre* – 10 points



La surface que la chèvre peut brouter peut se décomposer en 3 rectangles, 3 tiers de disques et un triangle évidé.
Il restera un petit pré triangulaire au centre du triangle des rails.

Les trois paries de disques peuvent être rassemblés en un disque d'aire 4π m^2.

Les trois rectangles beiges à l'extérieur du rail ont une aire de : $3 \times 10 \times 2 = 60$ m^2.

Le quadrilatère ABCD est composé de deux triangles rectangles superposables ayant un angle de 30° et l'autre de 60°.
BC = 2 m et AC = 4 m.
L'aire de ce quadrilatère est alors de : $4\sqrt{3}$ m^2.

AD = $2\sqrt{3}$, d'où DF = $10-4\sqrt{3}$ et l'aire du rectangle DCEF est de $20-8\sqrt{3}$.

L'aire de la surface que peut brouter la chèvre à l'intérieur du rail est alors de :
$3\times 4\sqrt{3}+3\left(20-8\sqrt{3}\right)=60-12\sqrt{3}$ m^2.

L'aire totale que peut bouter la chèvre est de $4\pi+60+60-12\sqrt{3}=120+4\pi-12\sqrt{3}$ **≈ 111,78 m^2**.

Exercice 13 Secondes Pro – *Toujours plus haut* – 10 points

En 2013 une tour de 63 étages a été construite. La première tour a été construite en 1953 (et avait 3 étages)**.**

La consigne «Le premier immeuble a un nombre modeste d'étages » est importante. Sans respecter cette consigne, on pourrait aussi trouver qu'en 1992 une tour de 81 étages a été construite et en 2013 une de 102 étages a été réalisée.