Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte édition 2013 (décembre 2012)

<u>Exercice 1 – *Tour de chien*, 7 points</u>

Mon chien et moi avançons à vitesse constante. Il m'a dépassé à mi-parcours. Il a fait un tour et demi pendant que j'ai fait un demi-tour. Sa vitesse est le triple de la mienne.
S'il avait couru à contre-sens, nous nous serions croisés une première fois au quart de tour, alors qu'il aurait fait trois quarts, puis encore deux fois à chaque quart avant que nous n'arrivions ensemble. Nous nous serions donc croisés **trois fois.**

<u>Exercice 2 – *Règlement de comptes*, 5 points</u>

Chacun doit dépenser 39 € et Jules doit rembourser 15 € à Cissé.
Voici deux solutions en 3 transactions :
Jules donne 36 € à Louise ; Cissé donne 21 € à Louise et 3 € à Mylène
ou bien : **Cissé donne 24 € à Louise ; Jules donne 33 € à Louise et 3 € à Mylène**.

<u>Exercice 3 – *ABC des tresses*, 7 points</u>

Les suites de deux opérations qui se neutralisent sont **AC** ; **CA** ; **BD** et **DB**.
La tresse de Pierrick peut se simplifier par associativité :
D(~~D~~(~~AC~~)~~B~~)AA(~~AC~~)D(~~D~~(~~CA~~)~~B~~)A(~~BD~~) = DAADA.
Pour la défaire, il suffit de taper la suite renversée des inverses : **CBCCB**.

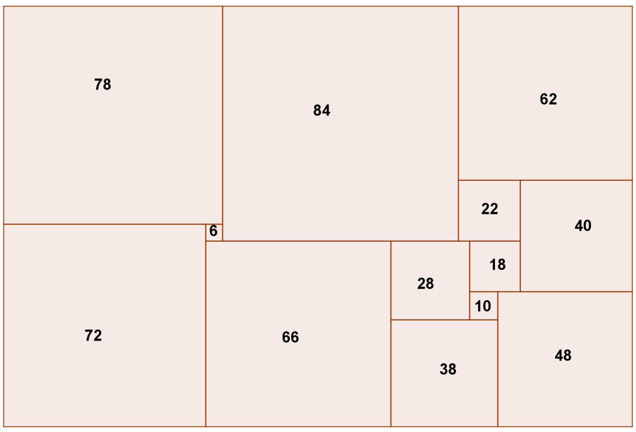
<u>Exercice 4 – *Compte toujours*, 5 points</u>

La résolution de l'équation 2012-5n = 1024+3n donne n = 123,5.
On essaie alors 123 et 124.
Les nombres les plus proches prononcés sont **1397 et 1393** ou **1392 et 1396**.

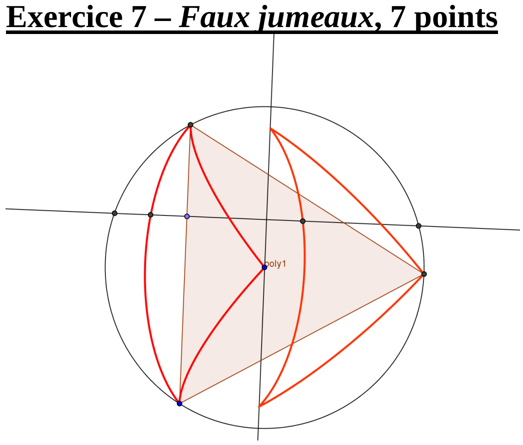
<u>Exercice 5 – *Après la pluie*, 7 pts</u>

Le calcul du volume d'eau récupéré dans le bassin donne 106 000 cm^3 = 106 L.
Le volume d'eau tombé par m^2 se calcule avec la surface au sol du bassin : 1,7^2 = 2,89 m^2.
On trouve **environ 36,7 L d'eau tombés par m^2**.

<u>Exercice 6 – *Carrés OK*, 5 points :</u>

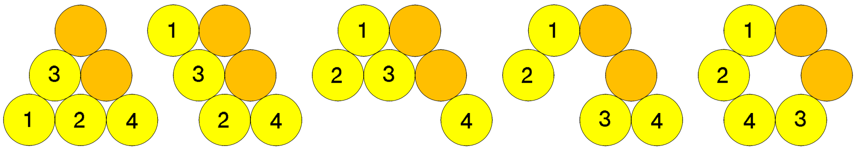


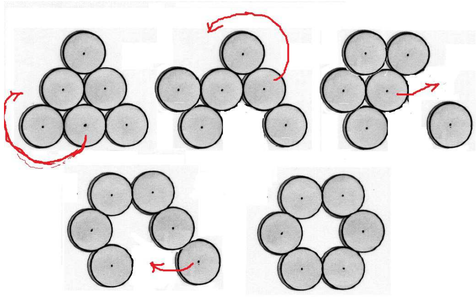
<u>Exercice 7 – *Faux jumeaux*, 7 points</u>



<u>Exercice 8 – *Six sous sans souci*, 5 points</u>

Voici deux solutions en 4 coups:

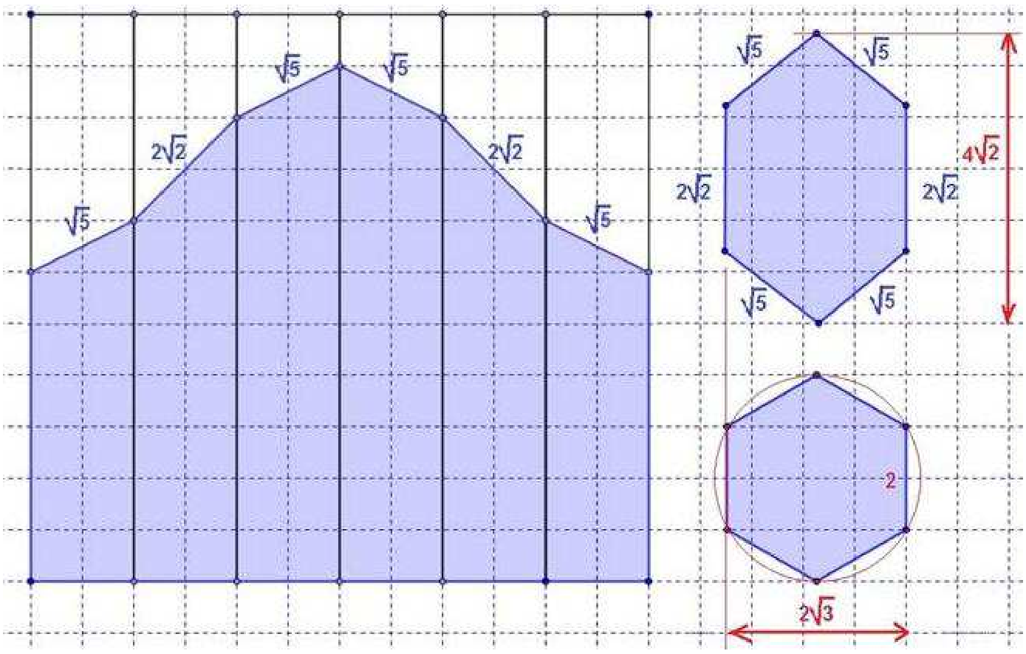




<u>Exercice 9 – *Tu peux ou tu peux pas*, 7 points</u>

Il s'agit de trouver tous les triangles à côtés entiers de périmètre 21.
Leur existence est régie par l'inégalité triangulaire.
Voici les douze solutions : **(10 ; 10 ; 1), (10 ; 9 ; 2), (10 ; 8 ; 3), (10 ; 7 ; 4), (10 ; 6 ; 5), (9 ; 9 ; 3), (9 ; 8 ; 4), (9 ; 7 ; 5), (9 ; 6 ; 6), (8 ; 8 ; 5), (8 ; 7 ; 6) et (7 ; 7 ; 7).**

<u>Exercice 10 – *Cristallographie*, 10 points</u>



Le calcul des côtés n'est pas demandé ; les longueurs sont données à titre indicatif pour faciliter la correction.

Exercices « Spécial Secondes »

Mathématiques SANS Frontières

<u>Exercice 11 – *Liberté conditionnelle*, 5 points</u>

Si chaque urne contient des boules blanches et noires en nombre égal alors la probabilité de la libération est 1/2.
Pour toute autre répartition, la probabilité de la libération sera supérieure à 1/2 si le geôlier choisit « la bonne » urne et inférieure à 1/2 s'il choisit « la mauvaise ».
Si le prisonnier met une seule boule blanche dans une urne et toutes les autres boules dans l'autre, ces probabilités sont respectivement de $\frac{1}{1}$ et $\frac{11}{23}$.
Cette répartition optimise la probabilité dans la « bonne » urne, mais aussi dans la « mauvaise ».
La probabilité de la libération est alors : $\frac{1}{2}\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{11}{23} = \mathbf{\frac{17}{23}}$**, soit presque 74%**.

<u>Exercice 12 – *Démarche*, 7 points</u>

Lorsqu'on atteint la ***n***ième marche, on a quitté la ***(n-1)***ème ou la ***(n-2)***ème, selon qu'on ait fait une petite ou une grande enjambée.

Si on note $\boldsymbol{u_n}$ le nombre de façons d'atteindre la ***n***ième marche, on a donc la relation de récurrence $\boxed{u_n = u_{n-1} + u_{n-2}\,.}$

Par ailleurs, $\boldsymbol{u_1 = 1}$ et $\boldsymbol{u_2 = 2}$, d'où les termes suivants.

On reconnaît la suite de Fibonacci.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**13**
$\boldsymbol{u_n}$	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	**377**

Exercice 13 pour les secondes générales et technologiques - *Télescopique*, 10 points

Quand le gobelet est déplié, on démontre avec Thalès que chaque élément recouvre le quart de la hauteur du précédent. La hauteur intérieure du gobelet est alors de 80 mm.

Pour estimer sa capacité, on peut assimiler le gobelet à un tronc de cône.

La formule donne alors : $V \approx \dfrac{\pi \times 80}{3}\left(15^2 + 15\times 35 + 35^2\right)$ **≈ 165 457 mm³ ≈ 165 cm³**.

(Le calcul par tronçons, plus précis, donnerait 164 703 mm³)

Exercice 13 pour les secondes professionnelles – *C'est dans l'aire*, 10 points

L'ensemble des solutions est la réunion de deux droites (en rouge sur le dessin suivant).