Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de décembre 2010

<u>Ex 1 – 7 pts : *Minorité en scène*</u>

Si les 40 enfants qui préfèrent le théâtre sont répartis à raison de 3 par tente dans 13 tentes (et un autre ailleurs), on aura 13 scènes de théâtre et seulement **7 chansons présentées**.

Mais s'ils sont répartis à raison de 2 par tente dans chacune des 20 tentes, ils ne seront majoritaires dans aucune tente et il y aura **20 chansons présentées** à la soirée d'adieu.

<u>Ex 2 – 5 pts : *De l'ordre dans les idées*</u>

Voici l'unique solution :

3		4		5		2		1
						∧		
1		2		3		4		5
						∨		∨
2		5		1	<	3		4
								∨
5		3		4		1	<	2
∨								∧
4	>	1		2		5	>	3

<u>Ex 3 – 7 pts : *Economies de bouts de chandelles*</u>

Il y a 18 mm de bougies d'utilisées en tout. Cela prouve que les 9 âges d'anniversaire sont tous constituées de 2 chiffres. Aucun des anniversaires ne commence ni se termine par 0, 2, 8 ou 9.
Aucun ne se termine par 1 non plus car si non l'année d'avant ou d'après se terminerait par 0 ou 2. Aucun des chiffres des dizaines ne change pendant les 3 ans concernés car si non le chiffre 9 serait utilisé. Aucun des anniversaires ne commence par 4, 6 ou 7 puisque ces chiffres sont utilisés moins de 3 fois et comme le 3 est utilisé 7 fois il est forcément utilisé 6 fois comme chiffre des dizaines

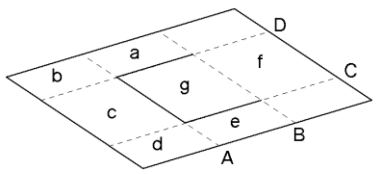
Cela ne laisse plus d'autres solutions que :

(13, 14, 15 ; 34, 35, 36 ; 35, 36, 37) ou
(14, 15, 16 ; 33, 34, 35 ; 35, 36, 37) ou
(15, 16, 17 ; 33, 34, 35 ; 34, 35, 36).
Mais comme il n'y a qu'une bougie 3, aucune date d'anniversaire ne peut être 33

Au prochain anniversaire fêté, François soufflera sur les bougies 1 et 6.

<u>Ex 4 – 5 pts : *Bras dessus, bras dessous*</u>

Puisque la main ne peut pas passer dans le trou, on s'évertuera à y faire passer la feuille !



- Passer les parties a,b,c,d,e par-dessous selon le pli B
- Passer les parties a et b par-dessus g et f selon le pli D et les parties d et e par-dessus g et f selon le pli C
- Passer la partie c sur f selon le pli A
- Passer la partie c sur la main selon le pli B
- Ouvrir les parties a et b (pli D) et d et e (pli C)
- Faire passer les parties b, c et d par-dessus la main (pli A)

Il y a d'autres façons de mettre en œuvre cette idée. On trouvera, par exemple une vidéo d'une autre solution sur You Tube à l'adresse : http://www.youtube.com/watch?v=k_6L7kQdLPU

<u>Ex 5 – 7 pts : *Carrément bon*</u>

On pourra trouver la solution par essais-erreurs :
Soient x le nombre de bonbons à la fraise et y le nombre de bonbons au citron.
L'énoncé se traduit par :

$$14x + 5y = 500$$

et $x + y$ est un ***carré parfait.***

Si x et y sont entiers, on comprend assez vite que x est nécessairement multiple de 5, ce qui restreint la recherche à quelques cas **:**

x	y	$x + y$ carré ?
0	**100**	**Oui**
5	86	Non
10	72	Non
15	58	Non
20	**44**	**Oui**
25	30	Non
30	16	Non
35	2	Non

Il y a deux solutions, mais puisque l'énoncé précise qu'il y a deux sortes de bonbons, on ne retiendra que la deuxième : **Il y a 20 bonbons à la fraise et 44 bonbons au citron.**

<u>Ex 6 – 5 pts : *Plus ou moins vers 2010*</u>

Soit x la somme des nombres que l'on ne changera pas. Soit y la somme des nombres que l'on changera.

$$\begin{cases} x+y=5050 \\ x-y=2010 \end{cases} \quad \text{d'où } y = 1520.$$

Pour avoir un minimum de signes « - », on changera les signes des plus grands nombres.
De 86 à 100 il y a 15 nombres,
or $86 + \ldots + 100 < 15 \times 100$
D'où, un 1er essai $85+86+\ldots+100 = 1\,480$.
Il faudra encore changer le signe de 40,
soit au total, **17 changements de signes**.

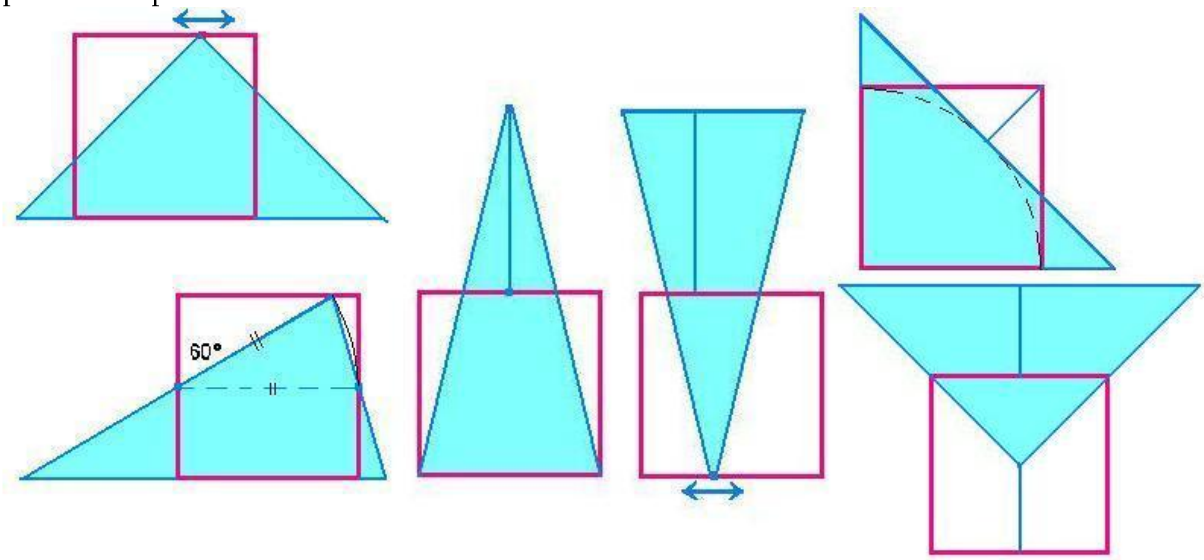
Remarque : il y a d'autres solutions avec 17 changements de signes.

<u>Ex 7 – 7 pts : *Mais où est donc or…*</u>

La première phrase ne peut pas être vraie, sinon l'or se trouverait dans le coffre 1.
Du coup, l'or ne se trouve ni dans le coffre 1, ni dans le 2, ni dans le 3.
Alors l'affirmation 3 est fausse, donc le bronze se trouve dans le 3.
L'affirmation 4 est fausse aussi, sinon le 3 contiendrait le nickel.
Donc l'or ne peut se trouver que dans le 5.
Alors le platine est dans le 4.
L'argent n'est pas dans le 1, donc dans le 2.
Et, finalement on a :
1 : Nickel – 2 : Argent – 3 : Bronze
4 : Platine – 5 : Or.

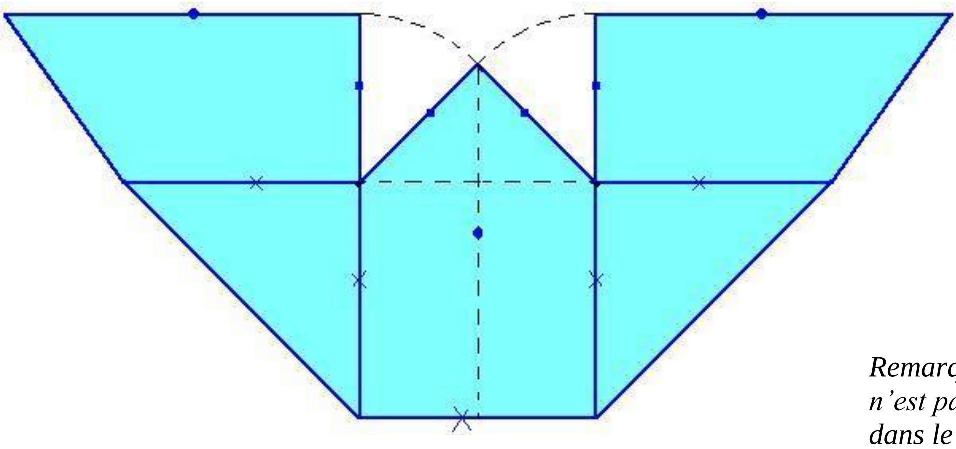
<u>Ex 8 – 5 pts : *Du carré au triangle*</u>

Voici 6 solutions donnant 3 triangles isocèles de dimensions différentes.
La 4ème est une variante de la précédente. Comme pour la première, la position du sommet peut être déplacée sur le côté du carré.



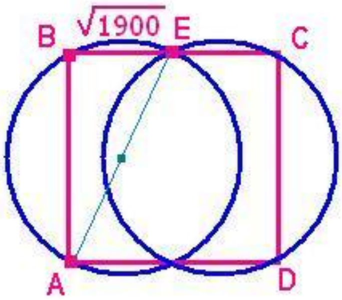
Remarque : le partage du carré selon sa diagonale correspond à la limite de la première solution, mais il ne donne que deux pièces.
Certains élèves recouperont alors (inutilement) l'une de ces deux pièces pour en avoir trois.

<u>Ex 9 – 7 pts : *Chien-assis*</u>



Remarque : le patron ci-contre n'est pas à l'échelle demandée dans le sujet.

<u>Ex 10 – 10 pts : *Avis de recouvrement*</u>



Les 4 coins de la table doivent être recouverts, mais une nappe ne peut pas recouvrir 2 coins opposés.
Chaque nappe devra recouvrir 2 coins consécutifs.
La disposition optimale est donc la suivante :
La nappe de gauche affleure en A et B et son pourtour recoupe le côté [BC] du carré en E.
ABE étant un triangle rectangle, les points A et E sont alors diamétralement opposés.
D'après le théorème de Pythagore : BE = $\sqrt{1900}$ ≈ 43,588..cm < 45 cm.

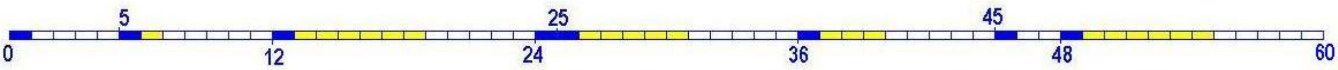
Le recouvrement total est donc impossible.

Exercices « Spécial Secondes »

<u>Ex11 – 5 pts : *Au top ?*</u>

En considérant la course comme une grande montée suivie d'une grande descente, on peut vérifier l'**impossibilité d'atteindre 2 800 m** :
Pour atteindre 2 800 m il faudrait 2 h 40 min et pour redescendre à 1 800 m, 50 min.
Or 3 h 24min < 3 h 30 min.
On peut aussi calculer l'altitude maximum atteinte par Stéphanie ; on trouve 2 760 m.

<u>Ex 12 – 7 pts : *Aléabus*</u>

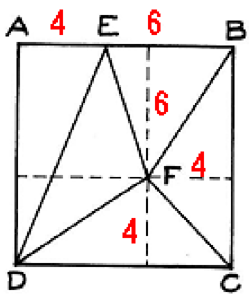


La durée d'attente est de 11 min si Emilie se présente à la station à :13 ou à :49 quand le bus vient de partir. **C'est la valeur maximale.**

La durée d'attente d'Emilie dépend de la position de l'instant de son arrivée à la station dans l'intervalle [0 ; 60[.
Sur l'échelle ci-dessus, on a représenté en jaune l'ensemble des instants pour lesquels la durée d'attente sera supérieure à 5 min.
Il s'agit de 5 intervalles d'une durée totale de 21 min.

La probabilité pour qu'Emilie attende plus de 5 min est $P = \frac{21}{60} = \frac{7}{20} = 0,35$.

<u>Ex 13 – 10 pts : *A parts égales ?*</u>



L'aire du carré égale 100 cm².
Chaque triangle devra donc avoir une aire de 20 cm².
Pour que AED ait une aire de 20 cm², il faut que AE= 4 cm
Pour que BCF et DCF aient chacun une aire de 20 cm², il faut que F se trouve à 4 cm de [BC] et de [DC].

Mais alors l'aire de EBF égale $\frac{6 \times 6}{2}$ soit 18 cm².

Le partage proposé est donc impossible.

(Plus généralement, le partage d'un carré en 5 triangles de même aire est impossible.)