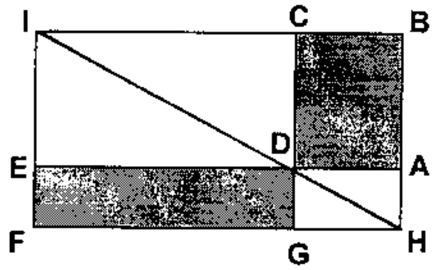
Exercice n°1 10 points *Fax similé*



Construction :

- [DE] est dans le prolongement de [AD] ; en particulier (CD) $\perp$ (DE), donc on peut construire le point I tel que EDCI soit un rectangle.
- Puis on construit le point H d'intersection de (DI) et (AB).
- La perpendiculaire en H à (AB) coupe (CD) en G et (IE) en F.

Comme (AB) // (CD) // (IE) et (HF) // (AD) // (BC) et (AB) $\perp$ (AD), les quadrilatères ADGH, BIFH et DEFG sont des rectangles.

Comparaison des aires des rectangles ABCD et DEFG :

Une diagonale partage un rectangle en deux triangles de même aire. Ainsi :

- Les triangles BHI et FHI ont même aire $\mathscr{A}_1$.
- Les triangles HAD et HGD ont même aire $\mathscr{A}_2$.
- Les triangles CDI et EDI ont même aire $\mathscr{A}_3$.

Donc les rectangles ABCD et DEFG ont même aire :

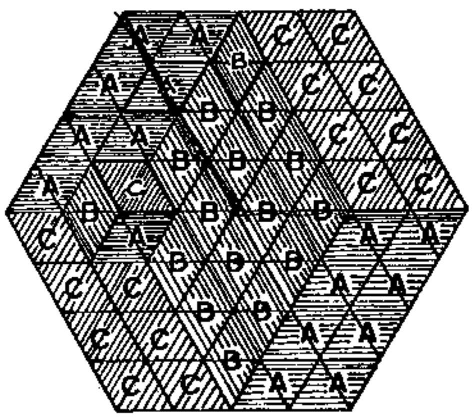
$$\mathscr{A} = \mathscr{A}_1 - \mathscr{A}_2 - \mathscr{A}_3$$

Exercice n°2 5 points *A l'inverse*

La règle énoncée est exacte pour toutes les fractions unitaires, paires ou impaires, car : $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{d}\right) = \frac{1}{2d} + \frac{1}{6d}$.

Mais pour les fractions unitaires paires, on remarque que : $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{3n}$ (unitaire).

Exercice n°3 10 points *Calissons*



Le dessin, une fois colorié et orienté correctement, peut représenter des piles verticales de petits cubes de même taille placées dans un grand cube. Ces piles sont contiguës et forment un bloc sans trou.

- Les faces de dessus des petits cubes supérieurs de ces piles sont orientées de la même façon et sont donc de la même couleur.
- Par ailleurs, on peut éventuellement avoir sur la face de dessous du grand cube des losanges de cette couleur : ils correspondent à des piles absentes ou de hauteur nulle.
  En projetant tous ces losanges sur la face de dessous du grand cube, on obtient donc toute cette face, donc un total de 16 losanges.
- Même explication pour les deux autres couleurs, en tournant la feuille convenablement.

Exercice n°4 5 points *Ne pas avoir le jeton*

Après avoir enlevé un jeton, la somme S des chiffres des 8 autres jetons est divisible par 3 et par 4, donc par 12.
Or $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$, donc $S \leqslant 45$.
Et $1+2+3+4+5+6+7+8=36$, donc $S \geqslant 36$.

La seule possibilité est donc **S = 36**, c'est à dire qu'il faut ***enlever le jeton marqué du numéro 9***.

Effectivement : $9=1+8=2+7=3+6=4+5$ (quatre tas)
$12=4+8=1+5+6=2+3+7$ (trois tas) (ou $12=4+8=1+2+3+6=5+7$).