MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

Indications de solutions pour l'épreuve de décembre 1997

Exercice n°1 10 points *Abracadabra !*

En notant C pour colombe et L pour lapin, on a :

Dessin de la boîte	LL	CC	CL
Contenu de la boîte	CC ou CL	LC ou LL	CC ou LL

Il suffit que David sorte un animal de la boîte comportant le dessin CL.

- S'il sort un lapin, alors cette boîte en contient deux.

- La boîte marquée CC ne peut contenir deux lapins, donc elle contient un lapin et une colombe.
- La boîte marquée LL contient donc deux colombes.

Dessin	CL	CC	LL
Contenu	LL	LC	CC

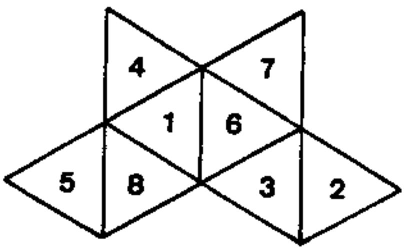
- S'il sort une colombe, alors cette boîte en contient deux.

- La boîte marquée LL contient une colombe et un lapin.
- La boîte marquée CC contient donc deux lapins.

Dessin	CL	LL	CC
Contenu	CC	CL	LL

Exercice n°2 5 points *Platonique*

Il y a plusieurs solutions. Voici le patron d'une de ces solutions :

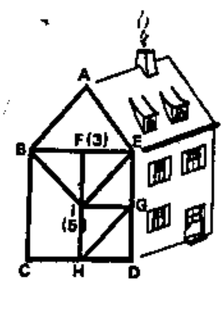


Exercice n°3 10 points *Colombages*

Appelons « degré » d'un point le nombre de segments à tracer dont ce point est une extrémité.

S'il y a des sommets de degré impair, ce sont ceux de départ et d'arrivée, tous les autres sommets étant de degré pair.

Seuls F et I, sur la figure ci-contre sont de degré impair.



On peut, par exemple, tracer le circuit FBAEGDHGIHCBIEFI.

Exercice n°4 5 points *Algèbre d'antan*

Appelons A, B, C les trois personnes. Outre les permutations possibles de ces trois personnes, il y a deux solutions :

		Tonneaux pleins	Tonneaux à moitié pleins	Tonneaux vides
1ère solution	A	3	1	3
	B	3	1	3
	C	1	5	1
2ème solution	A	3	1	3
	B	2	3	2
	C	2	3	2

Exercice n°5 10 points *Le premier à 20*

S'il arrive à 17, Thimothée est sûr de gagner, quoi que fasse Ursule :

- si Ursule ajoute 1, il rajoutera 2
- si Ursule ajoute 2, il rajoutera 1.

De même, pour arriver à 17, Thimothée repère les positions gagnantes successives :
14 - 11 - 8 - 5 - 2.
S'il commence à jouer, Thimothée est sûr de gagner la partie s'il écrit 2.

Exercice n°6 5 points

Dessine-moi un triangle

Aucune justification n'était demandée.

On trace un triangle ABC dont les angles mesurent 30°, 50° et 100°. Avec le compas, on place sur (AB), à l'extérieur de [AB], les points I et J tels que AI = AC et BJ = BC. Ainsi le périmètre du triangle ABC est égal à IJ.

Soit O le milieu de [AB] et soient I' et J' tels que OI' = 7,5 cm et OJ' = 7,5 cm, donc I'J' = 15 cm (voir figure).

L'homothétie *h* de centre O qui transforme I en I' (de rapport 15/IJ)

- transforme J en J'
- transforme C en C', A en A' et B en B' tels que :

C' appartient à (OC) et à la parallèle à (IC) issue de I'
A' appartient à (OA) et à la parallèle à (AC) issue de C'
B' appartient à (OB) et à la parallèle à (BC) issue de C'.

Le triangle A'B'C' a pour périmètre I'J' = 15 cm, et il a les mêmes angles que ABC.