



MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

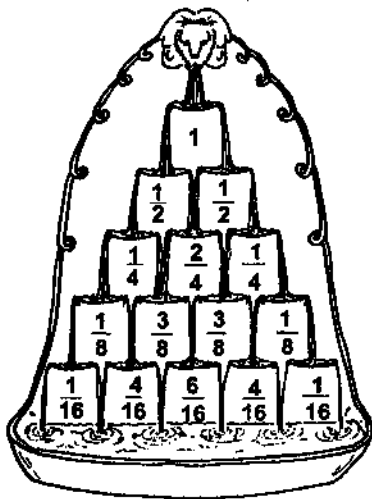
Indications de solutions pour l'épreuve
d'entraînement de décembre 1998

Exercice n°1 10 points *Tour de magie*

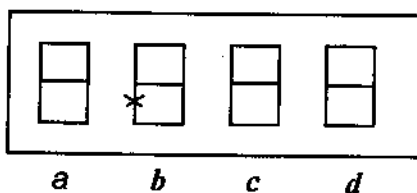
La somme des nombres de deux faces parallèles est 5 ; celle de quatre faces latérales d'un cube est $2 \times 5 = 10$, donc la somme des nombres de toutes les faces latérales des 10 cubes de la tour est 100.

Si n est le numéro inscrit sur la face supérieure, la somme des nombres des faces visibles est : $100 + n$.

Exercice n°2 5 points *Fontaine romaine*



Exercice n°3 10 points *Panne de réveil*



Le segment défectueux est en b , à cause du décalage d'une heure. Ci-dessus, la croix indique le segment défectueux : lorsqu'il est **8 heures**, le réveil affiche **9 heures**. C'est la seule solution :

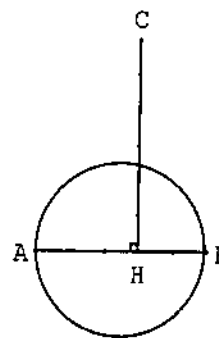


Ci-dessus, figure le nombre de segments utilisés pour chaque chiffre. Il est nécessaire d'avoir, pour qu'il y ait une solution, un segment de moins quand on passe d'une

heure à la suivante. Or 3 et 4 ne conviennent pas, et seulement avec 8 h et 9 h cela est réalisé.

Attention, quand on passe de 5 h à 6 h, le réveil continue d'afficher 5 h, et cela ne correspond évidemment pas à la situation où on se lève plus tôt !

Exercice n°4 5 points *7a π or not to π*



D'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle AHC rectangle en H,

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \\ = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{45}{25}$$

$$\text{d'où } AC = \frac{3\sqrt{5}}{5} \text{ dm.}$$

Le périmètre du triangle AHC est

$$P = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{9 + 3\sqrt{5}}{5} \text{ dm}$$

$$P \approx 3,141640786. \text{ Or } \pi \approx 3,1415926535$$

(« Que j'aime à faire connaître ce nombre utile aux sages »).

Thomas Hobbes a tort, mais sa construction donne une approximation de π à 5×10^{-4} près par excès.

Exercice n°5 10 points *Train-train*

Dans la journée, il ne peut arriver plus de 22 trains (= 10 + 6 + 6) à Santenago.

Peuvent passer par Diamond : 5 trains au plus d'Arriba (car 5 au plus d'Elphy à Arriba), 2 au plus venant de Carla et 2 au plus venant de Benvenuto, donc 9 trains.

Peuvent passer par Gigolino sans passer par Diamond : au maximum 7 trains.

Peuvent passer par Fluente sans passer par Diamond : au maximum 4 trains.

En un jour, il ne peut donc y avoir plus de 20 trains de Elphy à Santenago.

Par exemple, 20 trains peuvent passer de la façon suivante :