

Corrigé

Mathématiques sans Frontières Junior
CM2/6ème
- Épreuves de Découverte 2025 -

Épreuve 1 : Ça balance pas mal

Dans cet exercice,
les élèves doivent :

- Déterminer la masse de Maria et de Karim, sachant que les deux pèsent ensemble 110 kg et que Karim pèse 18 kg de plus que Maria.
- Résoudre un problème en prenant simultanément en compte deux contraintes.

La situation de départ peut être exprimée par la phrase suivante :

« Maria et Karim pèsent ensemble 110 kg et Karim pèse 18 kg de plus que Maria »

Des propositions de résolution :

→ Il est possible de résoudre ce problème par essais successifs en partant de : « Si Maria et Karim pesaient le même poids ils pèseraient chacun 55kg ».

| Maria | Karim | Écart de masse |
|-------|-------|----------------|
| 55 | 55 | 0 |
| 54 | 56 | 2 |
| 53 | 57 | 4 |
| 52 | 58 | 6 |
| 51 | 59 | 8 |
| 50 | 60 | 10 |
| 49 | 61 | 12 |
| 48 | 62 | 14 |
| 47 | 63 | 16 |
| 46 | 64 | 18 |

Pour passer d'une ligne à l'autre j'ajoute 1 kg à la masse de Karim et je retranche 1 kg à celle de Maria de façon à conserver le total des deux masses (=110 kg).

Ainsi, l'écart évolue de 2 en 2.

Au bout de 9 étapes la différence de masses entre les deux enfants est de 18 kg.

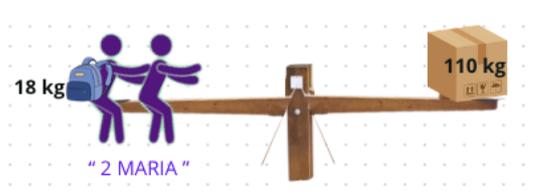
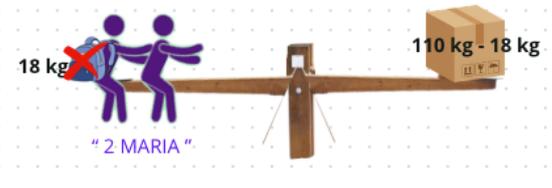
Les premières lignes permettront éventuellement aux élèves de se rendre compte qu'il faut retrancher 9 kg à la masse de Maria et ajouter 9 kg à celle de Karim pour trouver directement la solution.

→ Si Karim pesait 18 kg de moins que son poids réel, alors il aurait le même poids que Maria, les 2 pèseraient ensemble $110 - 18 = 92$

donc le poids de Maria est égal à $92/2 = 46$ kg

donc le poids de Karim est égal à $46 + 18 = 64$ kg

Il est possible de représenter la situation par des schémas du type ...

| | |
|---|--|
|  | <p>Schéma 1 : Karim est plus lourd que Maria</p> |
|  | <p>Schéma 2 : A eux deux ils pèsent 110 kg (la balançoire est équilibrée).</p> |
|  | <p>Schéma 3 : Pour équilibrer la balançoire Maria doit porter un sac de 18 kg.</p> |
|  | <p>Schéma 4 : Pour garder la balançoire équilibrée (comme au schéma 2) on peut remplacer Karim par « une Maria portant un sac de 18 kg ». On a donc « 2 Maria » et un sac de 18 kg qui pèsent 110 kg.</p> |
|  | <p>Schéma 5 : Pour garder la balançoire équilibrée on peut retirer 18 kg de chaque côté de la balançoire : on enlève le sac de 18 kg et on retranche 18 kg aux 110 kg.</p> |
|  | <p>Schéma 6 : « 2 Maria » pèsent donc 92 kg. « 1 Maria » pèsera donc la moitié de 92 kg soit 46 kg.</p> |

→ La méthode experte serait l'écriture d'une équation ou plutôt une "égalité à trous"

Si \square représente le poids de Maria

Alors le poids de Karim est égal à ($\square + 18$)

Donc, la somme des deux équivaut à 110

Ce qui nous donne

Ou encore

Donc en soustrayant 18 aux deux membres de l'égalité

Et donc

En divisant chaque membre par 2

$$\square + (\square + 18) = 110$$

$$\square + \square + 18 = 110$$

$$2\square + 18 = 110$$

$$2\square + 18 - 18 = 110 - 18$$

$$2\square = 92$$

$$\square = 46$$

$$:2 \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow :2$$

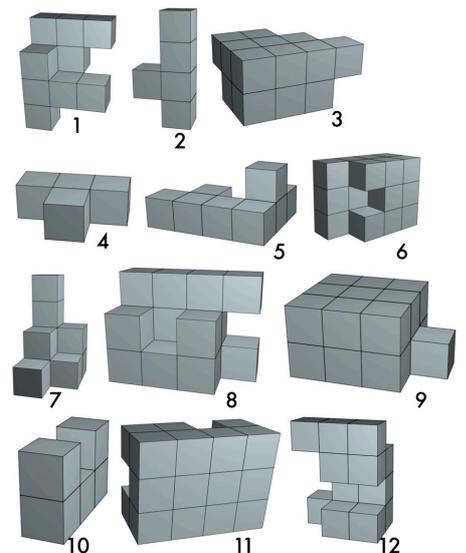
Il est important de vérifier si la somme des 2 masses trouvées est bien égale à 110kg !

→ Il est attendu des élèves une phrase en langue étrangère (anglais, allemand ou arabe) contenant la réponse.

| Épreuve 2 : 2 par 2 tout va mieux | |
|--|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Imaginer à partir des représentations données, l'assemblage deux par deux des solides pour former des pavés droits pleins. |

Il est essentiel de repérer dans l'énoncé une information qui permette de construire le raisonnement : des pavés droits pleins, **tous identiques**.

La principale difficulté de cet exercice est que les élèves ne disposent pas d'emblée de matériel à manipuler (pas de patron à découper par exemple).



Une façon d'aborder la résolution est d'identifier le pavé à reconstruire.

Partons du solide 9 qui semble proche d'un pavé plein et essayons de l'associer à un autre solide.



Seul le solide 10 associé au 9 permet d'obtenir un pavé plein de 2 par 3 par 4 soit 24 cubes (2 couches de 12 cubes).

De même au solide 6, qui semble composé de 20 cubes (certains ne sont pas visibles), on peut associer le solide 4 (qui comporte 4 cubes). On obtient le même pavé droit plein de 2 par 3 par 4 soit 24 cubes en deux couches.

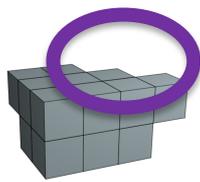
Cette technique permet également de diviser en 2 catégories :

- les solides pour lesquels il manque peu de cubes : 3, ~~6~~, 8, ~~9~~, 11, et 12
- Les solides constitués de peu de cubes : 1, 2, ~~4~~, 5, 7, ~~10~~

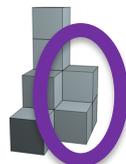
Il s'agit ainsi d'apparier des solides des deux catégories.

Pour les autres assemblages il est nécessaire de formuler des hypothèses sur la disposition des cubes qui ne sont pas visibles. C'est le cas notamment sur la pièce 11 pour laquelle il est impossible de compter le nombre de cubes manquants.

Pour réaliser les derniers assemblages, une stratégie efficace est d'identifier des dispositions particulières que l'on retrouve sur deux pièces : par exemple pour les solides 3 et 7 :



Il manque 3 cubes
« en escalier ».

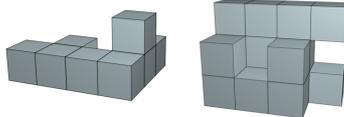


On les retrouve là.

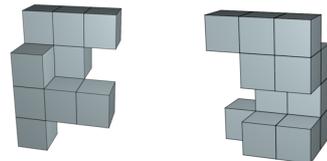
Les autres parties du solide 7 s'imbriquent également dans le solide 3.

Les assemblages restants sont les suivants :

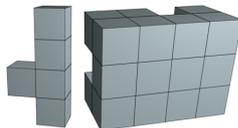
5 et 8



1 et 12



2 et 11



Ce dernier assemblage est sans doute le moins visuel dans la mesure où l'essentiel de l'imbrication des pièces se fait sur une partie non visible du solide.

Prolongement :

Reproduire ces solides à l'aide de cubes existants assemblés avec du scotch double-face afin de tester les assemblages et surtout de visualiser ce qui est caché en fonction du point de vue.

Épreuve 3 : Moebius

Dans cet exercice, les élèves doivent :

- Se familiariser avec un ruban constitué d'un motif de 6 cases qui se répète un certain nombre de fois.
- Déterminer quelle case du motif se trouve au bout du ruban long de 1m.

Quelques remarques en observant les représentations données :

- Les 20 premiers centimètres du ruban sont constitués de 20 cases de taille identique, chaque case mesure donc 1 cm de long.
- Le ruban acheté par Mamie Cécile est constitué de 100 cases.
- Le motif mesure 6 cm de long.
- Les 20 premiers cm du ruban sont constitués de 3 motifs entiers et des 2 premières cases d'un 4^{ème} motif. Ainsi, la dernière case des 20 premiers cm du ruban ne correspond pas à la dernière case du motif.

Procédures pouvant mener à une réponse correcte :

→ En mutualisant leurs énoncés, les élèves peuvent découper des motifs et "construire" le ruban de Mamie Cécile. Ils peuvent aussi dessiner les 100 carreaux du motif mais c'est long et fastidieux.



- ✓ Les élèves identifient le motif de base et comptent, en pointant les fanions : « 1, 2, 3, 4, 5, 6 » puis ils recommencent au début du motif et continuent : « 7, 8, 9, ..., 12 », et ainsi de suite jusqu'à arriver à 100.
- ✓ Les élèves séparent sur le ruban les carreaux par paquets de 6, pour identifier chaque motif. Ils considèrent ensuite que $100 = 16 \times 6 + 4$; dans 1 mètre de ruban il y a donc 16 motifs complets, et encore 4 carreaux. Le 100^{ème} carreau sera donc blanc.

Les 6 premiers cm du ruban sont constitués d'un motif

Les 12 premiers cm du ruban correspondent à 2 motifs

Les 18 premiers cm du ruban correspondent à 3 motifs

Les 20 premiers cm du ruban nécessitent 3 motifs et les 2 premières cases du 4^{ème} motif.

Les 24 premiers cm du ruban nécessitent exactement 4 motifs

...

Les 30 premiers cm nécessitent 5 motifs

...

Les 60 premiers cm nécessitent 10 motifs

Les 90 premiers cm nécessitent 15 motifs

Les 96 premiers cm nécessitent 16 motifs

Il faudra donc encore les 4 premières cases du 17^{ème} motif pour avoir le ruban de 1 m de long : la dernière case sera donc blanche.

« Combien de motifs pour 1 m de ruban ? »

« Combien de motifs de 6 cm de long pour un ruban de 100 cm ? »

« combien de fois 6 cm dans 100 cm ? »

→ La solution experte passe par la division euclidienne de 100 par 6.

$$100 = 6 \times 16 + 4$$

Difficultés et erreurs possibles :

- ✓ Difficulté à comprendre le motif (sa composition ou sa répétition)
- ✓ Erreur de comptage ou de calcul
- ✓ Les élèves répètent 5 fois le motif dessiné car $5 \times 20 \text{ cm} = 100 \text{ cm} = 1\text{m}$, sans prendre en compte que les 2 derniers carreaux dessinés sont en fait l'amorce (les 2 premiers carreaux) du motif suivant. Le choix de ces valeurs permet de mettre en avant l'inefficacité d'une stratégie de proportionnalité.

Remarque :

Dans ce document, le terme « motif » sera employé pour désigner des séquences d'items (objets, nombres, sons...) dans lesquelles nous reconnaissons un ordre, une régularité, et donc une prévisibilité.

Dans ce problème de type « motifs » ou patterns, proposé jusqu'alors à partir du collège (voir le guide « La résolution de problèmes mathématiques au collège », chapitre 4, Eduscol), les élèves sont amenés à chercher, identifier une structure en repérant une régularité dans le motif proposé.

Les élèves devront pouvoir communiquer leur raisonnement afin d'explicitier leur réponse en utilisant soit un langage verbal, soit un langage symbolique.

Ce genre de problème de généralisation introduit naturellement l'algèbre au cycle 4. Il peut néanmoins être proposé dès l'école élémentaire (voir la note du CSEN « Les motifs, source d'éveil aux mathématiques en maternelle et au primaire »).

Épreuve 4 : Commerce équitable

| | |
|---|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Déterminer la quote-part que Chloé doit rembourser à ses deux camarades. |
| | - Travailler méthodiquement. |

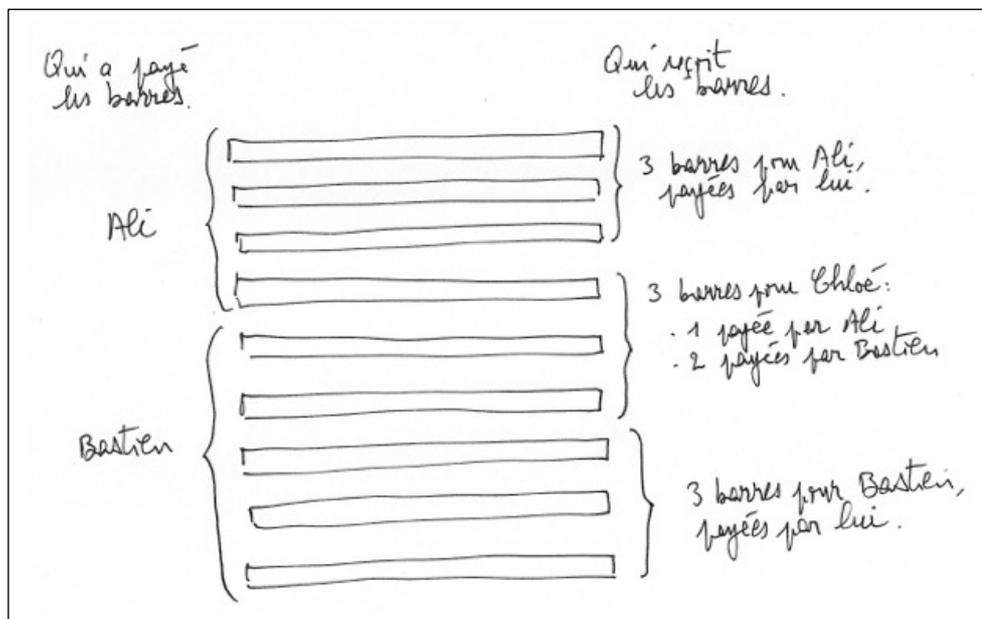
→ Pour démarrer la résolution du problème, nous pouvons nous appuyer sur la phrase de l'énoncé : « Les trois amis partagent équitablement les barres entre eux ».

A eux deux, Ali et Bastien ont acheté en tout 9 barres, on peut donc en déduire que Ali, Bastien et Chloé reçoivent chacun 3 barres et comme Chloé doit 9 € à ses camarades, nous savons qu'une barre a coûté 3 €.

Ali a payé 4 barres : la 4^{ème} est donc destinée à Chloé qui lui doit 3 €

Bastien a payé 5 barres : 2 barres sont donc destinées à Chloé qui lui doit $2 \times 3 \text{ €} = 6 \text{ €}$

→ Il est également possible d'aborder l'exercice en dessinant un schéma représentant l'énoncé :



Ali a payé 4 barres et Bastien en a payé 5.

Ali garde pour lui 3 barres de celles qu'il a payées

Bastien conserve 3 des 5 barres qu'il a payées

Chloé reçoit alors 1 barre de Ali et 2 barres de Bastien qu'elle doit leur rembourser.

Remarque :

Au vu de la répartition équitable des 9 barres, on peut déduire que Chloé doit rembourser 1 barre à Ali et 2 barres à Bastien. La somme donnée à Bastien doit donc être le double de celle donnée à Ali, or ça n'est pas le cas.

Le problème se résume à la question suivante : comment répartir 9€ à Ali et à Bastien sachant que Bastien doit recevoir le double de ce qu'Ali reçoit ...

En conclusion :

Chloé doit 3€ à Ali et 6€ à Bastien.

Bastien a raison : il n'a pas reçu assez d'argent et Ali en a reçu trop.

Épreuve 5 : Vasarépipède

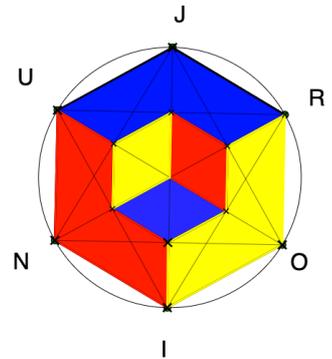
| | |
|---|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Agrandir une figure et la colorier comme le modèle donné. |
| | - Repérer des points sur un cercle et tracer des cordes de ce cercle en respectant « les propriétés » de la figure donnée. |

Cet exercice s'apparente à de la copie géométrique.

Il s'agit de tracer proprement divers segments reliant deux à deux six points répartis régulièrement sur un cercle. Puis en repérant certains points d'intersection de ces segments l'élève peut compléter la figure.

La réalisation de la figure et sa mise en couleur font apparaître un cube en perspective dont les sommets sont des points d'intersection des cordes.

Le travail ainsi réalisé est une bonne occasion de découvrir et d'employer le vocabulaire géométrique usuel (cercle, arc de cercle, corde, diamètre, hexagone, ...)



En prolongement :

- Rédiger un programme de construction permettant de tracer la même figure en modifiant le rayon du cercle de départ.
- Comment peut-on tracer un hexagone régulier, un pentagone régulier ? (cf ci-dessous).
- Lecture et/ou écriture de programmes de construction.

Un programme de construction d'un hexagone régulier

- 1) Tracer un cercle \mathcal{C} de centre O et de diamètre 8cm
- 2) Choisir un point A sur le cercle.
- 3) Tracer le cercle de centre A passant par O .
- 4) Appeler B et F les points d'intersection de ce cercle avec \mathcal{C}
- 5) Tracer le cercle de centre B passant par O .
- 6) Appeler C le deuxième point d'intersection de ce cercle avec \mathcal{C}
- 7) Tracer le cercle de centre C passant par O .
- 8) Appeler D le deuxième point d'intersection de ce cercle avec \mathcal{C}
- 9) Tracer le cercle de centre D et passant par O .
- 10) Appeler E le deuxième point d'intersection de ce cercle avec \mathcal{C}

Le polygone $ABCDEF$ est un hexagone régulier.

Un programme de construction d'un pentagone régulier.

- 1) Tracer un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 5cm
- 2) Tracer un point A sur ce cercle
- 3) Tracer (OA) : cette droite coupe le cercle en A et en un autre point C , marquer C .
- 4) Tracer la droite (OR) , perpendiculaire à (OA) . Cette droite (OR) coupe le cercle en un point R : Marquer en rouge le point R .
- 5) Tracer le point M , milieu de $[OA]$
- 6) Tracer un arc de cercle de centre M et de rayon MR : cet arc de cercle coupe $[OC]$ en un point I . Marquer I .
- 7) Tracer le cercle de centre R et de rayon MI , ce cercle coupe le cercle \mathcal{C} en 2 points S et V . Marquer en rouge les points S et V . $[RS]$ et $[RV]$ sont les 2 premiers côtés d'un pentagone.
- 8) Tracer le cercle de centre S et de rayon MI , il coupe le cercle \mathcal{C} en 2 points R et T . Marquer en rouge le point T .
- 9) Tracer le cercle de centre V et de rayon MI , il coupe le cercle \mathcal{C} en 2 points R et U . Marquer en rouge le point U .
- 10) Les points marqués en rouge sont les sommets d'un pentagone régulier dont vous tracerez les côtés.

Épreuve 6 : Dragon futé

| | |
|---|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Déterminer la nature et l'ordre des quatre symboles qui constituent le code permettant d'obtenir un coffre |
| | - Élaborer un raisonnement |

La résolution de cet exercice passe par la lecture attentive de chaque ligne pour relever des indices qui, croisés, nous permettent de découvrir le code final.

| | Code proposé | | | | Indications du dragon |
|---------|---|---|---|---|---|
| Essai 1 |  |  |  |  |   |
| Essai 2 |  |  |  |  |     |
| Essai 3 |  |  |  |  |     |

La ligne 2 permet d'identifier les 4 symboles contenus dans le code : 4 nuages de fumée pour 4 symboles corrects mais mal placés. La ligne 2 permet alors de raisonner sur la ligne 1 pour trouver le symbole bien placé : la pièce.

| | |
|---------|--|
| Ligne 2 | Les 4 nuages de fumée indiquent qu'il y a 4 symboles du code mal placés. Les 4 symboles sont donc : la tour, le pion, l'épée et la pièce. L'étoile et le blason ne figurent pas dans le code. |
| Ligne 1 | La pièce et l'épée figurent dans le code, mais un seul des deux est à la bonne place. Si l'épée était dans la bonne case il y aurait un pouce levé dans la 2 ^{ème} ligne, ce qui n'est pas le cas. C'est donc la pièce qui est bien placée. Le code est constitué de 4 symboles différents, il ne peut donc pas y avoir de pièce dans les cases 1, 3 et 4. |
| Ligne 3 | Le pouce levé indique que la pièce est en bonne place, les 3 nuages de fumée indiquent que l'épée, le pion et la tour sont mal placés. La tour ne peut pas être le 4 ^{ème} symbole du code, ni le 1 ^{er} , sinon il y aurait un pouce en ligne 2 : la place de la tour est donc la case 3 du code. L'épée ne peut pas être à la 1 ^{ère} place du code, la seule place restante possible est la 4^{ème}. La seule case disponible du code pour le pion est donc la 1^{ère}. |

On peut alors établir un tableau de vérité (outil qui permet de collecter et traiter des informations pour aider au raisonnement logique).

[D'après infos ligne 2](#)

[D'après infos ligne 1](#)

[D'après infos ligne 3](#)

| | Case 1 du code | Case 2 du code | Case 3 du code | Case 4 du code |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ETOILE | NON | NON | NON | NON |
| PIECE | NON | Oui | NON | NON |
| EPEE | NON | | NON | Oui |
| TOUR | NON | | Oui | NON |
| BLASON | NON | NON | NON | NON |
| PION | Oui | | NON | |

Réponse :



Épreuve 7 : Domisol

| | |
|---|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Reconstituer une soustraction en disposant 4 dominos donnés. |
| | - Élaborer une stratégie ... |

L'exercice consiste à reconstituer une soustraction « juste » à l'aide de dominos. Les élèves commenceront probablement à manipuler les dominos pour tester des combinaisons par essais-erreurs.

L'exercice est relativement facile et en tout état de cause aisé à comprendre, il permet aux élèves de se lancer sans difficulté dans la recherche de la solution.

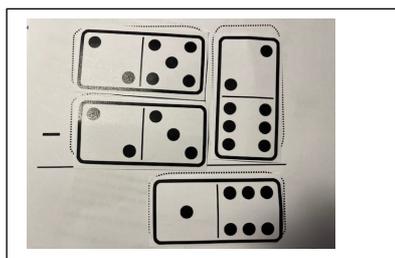
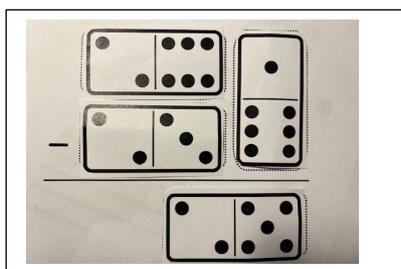
Différentes stratégies

- démarche d'essais-erreurs dans tous les sens ...
- démarche orientée, en testant toutes les possibilités concernant le domino vertical (celui des unités). Ce travail mettra en évidence l'existence ou non d'une retenue non matérialisée dans le schéma proposé.
- démarche orientée, en testant toutes les possibilités pour les 2 dominos horizontaux du haut (le chiffre des centaines devant être nul dans le résultat).

Pas de chiffre des centaines au résultat. Donc soit $2 - 2 = 0$ soit $6 - 6 = 0$ soit $3 - (2 + 1 \text{ retenue}) = 0$ soit $6 - (5 + 1 \text{ retenue}) = 0$

Une fois de plus, intuitivement les élèves commenceront par la solution la plus évidente c'est-à-dire $2 - 2$ ou $6 - 6$

2 possibilités :



Solutions : $261 - 236 = 25$
 $252 - 236 = 16$

Épreuve 8 : Chamboule rien

| | |
|---|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Estimer la hauteur d'un empilement en fonction des hypothèses qu'il retient. |
| | - Imaginer le moyen d'ajouter des gobelets pour augmenter la taille de l'empilement. |

L'exercice 8, comme chaque année, permet d'aborder des notions d'estimation et d'encadrement.

NOTES PRELIMINAIRES :

- Dans cet exercice, il est bien évident que les gobelets sont tous identiques.
- Pour tous les raisonnements, le nombre de gobelets est égal au nombre d'élèves.

On peut commencer par estimer la hauteur d'un gobelet, (ex 10 cm).

Puis le nombre d'élèves de CM2 présents dans cette école (ex $30 \times 4 = 120$).

En observant le dessin de l'énoncé, nous pouvons constater que pour une classe de 28 élèves, l'empilement est complet : il comprend 7 gobelets sur sa base, il y a 7 lignes en tout et il ne reste aucun gobelet.

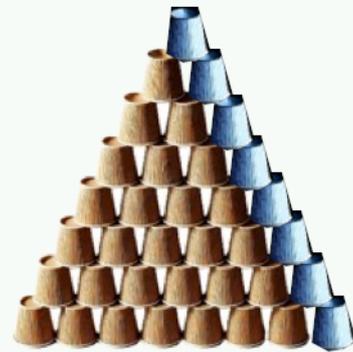
Que se passerait-il si la classe comptait 27 élèves ? 26 élèves ? ... (Faire réfléchir les élèves sur le nombre d'étages réalisables et le nombre de gobelets non empilés).

Le prochain empilement complet nécessite 8 gobelets sur la base, il y a alors 8 lignes et 36 gobelets en tout.

Pour passer d'un empilement complet au suivant, on peut sur la figure ajouter une nouvelle ligne de base ou alors ajouter les gobelets nécessaires sur le pan de droite ou sur celui de gauche.



Ajout d'une ligne de gobelets en dessous de l'empilement (solution réalisée intuitivement servant au raisonnement : les élèves dessineront probablement les gobelets à ajouter en dessous).



Ajout d'une série de gobelets sur le côté de l'empilement (correspondant plus à ce que l'on pourrait faire en réalité pour ajouter des gobelets sans détruire la construction initiale).

Pour 29 élèves :

L'empilement comprend 7 gobelets sur sa base, il y a 7 lignes en tout et il reste 1 gobelet.

Pour 30 élèves :

L'empilement comprend 7 gobelets sur sa base, il y a 7 lignes en tout et il reste 2 gobelets.

...

Pour 35 élèves :

L'empilement comprend 7 gobelets sur sa base, il y a 7 lignes en tout et il reste 7 gobelets.

Pour 36 élèves :

L'empilement comprend 8 gobelets sur sa base, il y a 8 lignes en tout et il reste 0 gobelet.

Lorsque l'empilement comprend 7 gobelets sur sa base, il y a 7 lignes et 28 gobelets.

Lorsque l'empilement comprend 8 gobelets sur sa base, il y a 8 lignes et 36 gobelets.

Lorsque l'empilement comprend 9 gobelets sur sa base, il y a 9 lignes et 45 gobelets.

Lorsque l'empilement comprend 10 gobelets sur sa base, il y a 10 lignes et 55 gobelets.

Les résultats peuvent être consignés dans un tableau.

| Nombre de lignes | Nombre de gobelets à la base | Nombre de gobelets au total |
|------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | 6 |
| 4 | 4 | 10 |
| 5 | 5 | 15 |
| 6 | 6 | 21 |
| 7 | 7 | 28 |
| 8 | 8 | 36 |
| 9 | 9 | 45 |
| 10 | 10 | 55 |
| 11 | 11 | 66 |
| 12 | 12 | 78 |
| 13 | 13 | 91 |
| 14 | 14 | 105 |
| 15 | 15 | 120 |
| 16 | 16 | 136 |
| 17 | 17 | 153 |

Situation de départ

Solutions probables

On peut ainsi établir une suite de nombres qui correspond au nombre de gobelets nécessaires pour les empilements complets successifs, soit : 28 – 36 – 45 – 55 – 66 – 78 – 91 – 105 – 120 - ...

La situation de départ évoquant 29 élèves dans le CM2 A induira probablement une hypothèse de $4 \times 29 = 116$ élèves de CM2 dans l'école.

Il est donc possible de réaliser 14 étages, il reste 11 gobelets.

Le 15^{ème} étage est réalisable avec seulement 4 élèves de plus.

Une fourchette large acceptable irait de 90 à 130 élèves.

Si l'on reprend l'hypothèse d'un gobelet de 10 cm de haut, on obtient une hauteur d'empilement comprise entre 130 et 150 cm soit entre 1,3 et 1,5 m.

Si un gobelet mesurait 15 cm la hauteur de l'empilement serait comprise entre 1,95 et 2,25 m.

Prolongements :

Cet exercice est un bon prétexte pour aborder les notions de :

- VARIABLES
- D'ENCADREMENT
- SUITES → trouver les termes d'une suite (récurrente). $U(n) = U(n-1) + n$

Épreuve 9 : Taleur Alice

| | |
|---|--|
| Dans cet exercice, les élèves doivent : | - Positionner des aiguilles indiquant les heures et les minutes dans un référentiel différent de celui utilisé habituellement. |
| | - Prévoir la position de la petite aiguille en fonction de l'avancée de la grande en s'appuyant sur des fractions de cercle. |

L'exercice peut être un bon prétexte pour utiliser un tableur qui permettra un calcul automatisé

Cet exercice donne la part belle au changement de référentiel... Alors que le travail numérique en base 60 pose souvent des soucis aux élèves, l'épreuve consiste à faire évoluer concomitamment deux horloges l'une en base 60, l'autre en base 80.

De plus, la petite aiguille avance en continu. Elle ne saute pas d'une graduation à l'autre. La principale difficulté va consister à anticiper le trajet que la petite aiguille aura parcouru en 20 minutes, 40 minutes, 60 minutes etc ...

Une modélisation géogebra disponible à cette adresse permet de visualiser cette progression :

<https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/icb8C7Pj2kRs5SK>

Géogebra est disponible gratuitement pour PC ou mac : <https://www.geogebra.org/download?lang=fr>

Ou tout simplement en ligne : <https://www.geogebra.org/classic?lang=fr>

Ainsi :

| Dans notre monde | Dans le monde d'Alice |
|------------------|-----------------------|
| 1h = 60 min | 1h = 80 min |
| 1/2h = 30 min | 1/2h = 40 min |
| 1/4h = 15 min | 1/4h = 20 min |

Comment afficher 7h40 sur l'horloge d'Alice ?

Pour la grande aiguille des minutes :

Lorsque la grande aiguille parcourt un cercle entier, il s'est écoulé 80 minutes, soit 1 heure.

Pour que la grande aiguille indique 40 minutes, on doit penser que 40 min est égal à 1/2 de 80 min.

La grande aiguille aura donc parcouru la moitié du cercle. Donc pour désigner 40 min, la grande aiguille sera exactement sur le nombre « 2 ».

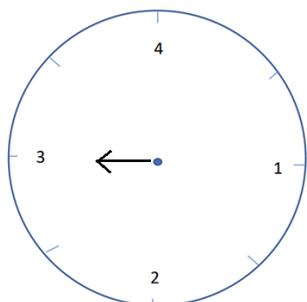
Pour la petite aiguille des heures :

On sait que 7h00 = 4h + 3h. Pour que la petite aiguille indique 7h, elle doit parcourir 1 fois le cadran en entier (pour 4 heures), puis encore jusqu'au nombre « 3 » (pour les 3 heures supplémentaires).

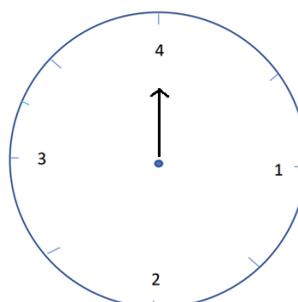
Mais attention, la petite aiguille ne va pas pour autant s'arrêter sur le nombre « 3 ». Car pendant que l'aiguille des minutes avance celle des heures avance aussi proportionnellement.

Progression de la petite aiguille en 1 heure (80 minutes) :

Pendant que 80 minutes s'écoulent, l'aiguille des heures avance aussi. Pour avancer d'une heure, l'aiguille des heures avance du nombre « 3 » au nombre « 4 ». Elle aura ainsi parcouru 1/4 de cercle.

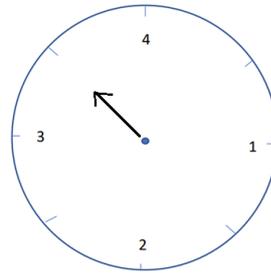
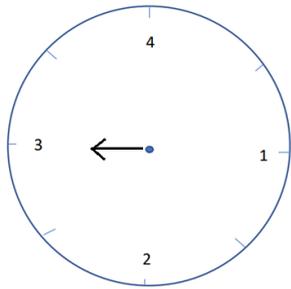


...80 minutes s'écoulent...



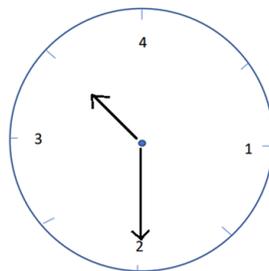
Progression de la petite aiguille en 1/2 heure (40 minutes) :

Pendant que 40 minutes s'écoulent, l'aiguille des heures avance aussi. Pour avancer de 40 minutes, soit d'1/2 h, l'aiguille des heures avance du nombre « 3 » au cran suivant. Elle aura parcouru la moitié d'1/4 de cercle donc 1/8 de cercle.



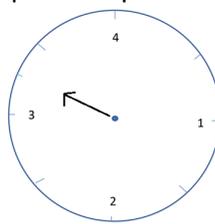
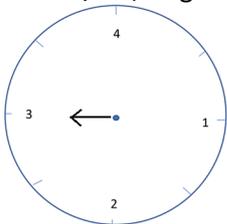
...40 minutes s'écoulent...

Réponse attendue : A 7h40 dans le monde d'Alice, les aiguilles seront donc positionnées selon le schéma suivant.



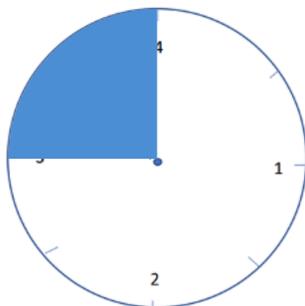
Prolongement : Dessine la petite aiguille des heures et la grande aiguille des minutes sur le cadran d'Alice pour qu'il soit 7h20.

Pendant que 20 minutes s'écoulent, l'aiguille des heures avance aussi. Pour avancer de 20 minutes, soit d'1/4 h, l'aiguille des heures avance d'un quart du quart du cercle soit 1/16 de cercle.

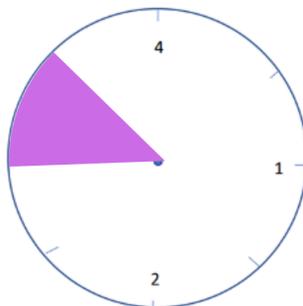


... 20 minutes s'écoulent

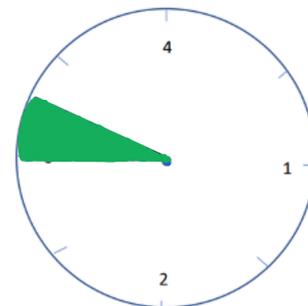
Progression de la **PETITE** aiguille en ... (chemin que parcourt la PETITE aiguille en ...)



En 1 heure (80 minutes)



En 1/2 heure (40 minutes)



En 1/4 d'heure (20 minutes)

On peut ainsi demander aux élèves de positionner les aiguilles pour désigner 7h60, mais aussi 1h20, 1h40, 1h60 et 2h20....

Points travaillés :

- fraction de dénominateur 2,4,8,16
- moitié d'1/2